

GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE

Tyd: 3 uur

300 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG

1. Hierdie vraestel bestaan uit 19 bladsye, 'n antwoordblad vir vraag 4.1 en 'n invoegsel van 4 bladsye (i – iv) wat formuleblaaie bevat. Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is. Verwyder asseblief die invoegsel en antwoordblad uit die middel van die vraestel.

2. Hierdie vraestel bestaan uit VIER modules:

MODULE 1: CALCULUS EN ALGEBRA (200 punte) is verpligtend.

Kies EEN van die DRIE opsionele modules:

MODULE 2: STATISTIEK (100 punte) OF

MODULE 3: FINANSIES EN MODELLERING (100 punte) OF

MODULE 4: MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE (100 punte)

3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
 4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
 5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
 6. Skryf al jou antwoorde in die afsonderlike Antwoordboek wat voorsien word.
 7. Rond jou antwoorde af tot twee desimale syfers, tensy anders aangedui.
-

MODULE 1 CALCULUS EN ALGEBRA

VRAAG 1

Gebruik volledige induksie om te bewys dat $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ deelbaar is deur 13 vir alle $n \in \mathbb{N}$. (13)

13 punte

VRAAG 2

2.1 Gegee: $f(x) = e^{x+2} - 1$

(a) Bepaal die vergelyking van $f^{-1}(x)$, die inverse van $f(x)$. (4)

(b) Skets vervolgens die grafiek van $f^{-1}(x)$, en toon die waardes van die afsnitte met die asse korrek tot een desimale plek en asimptote duidelik aan. (9)

2.2

(a) As $\sqrt{x+iy} = a+ib$, toon dat $x = a^2 - b^2$ en $y = 2ab$. (5)

(b) Bepaal vervolgens x en y as $\sqrt{x+iy} = 5i - 12$. (4)

2.3 As $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$, ontbind $f(x)$ in parsieelbreuke. (9)

31 punte

VRAAG 3

3.1 Gegee: $x = 1 - 2i$ en $x = 1 + 2i$ is albei nulpunte van $g(x)$. Gebruik hierdie inligting om te toon dat $x^2 - 2x + 5$ 'n faktor is van $g(x)$. (4)

3.2 Gegee: $g(x) = x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 30x + 25$

'n Polinoom van graad n het n nulpunte volgens Gauss. Daarom het $g(x)$ vier nulpunte. Bepaal die ander twee nulpunte van $g(x)$ as $x = 1 - 2i$ en $x = 1 + 2i$ albei nulpunte van $g(x)$ is.

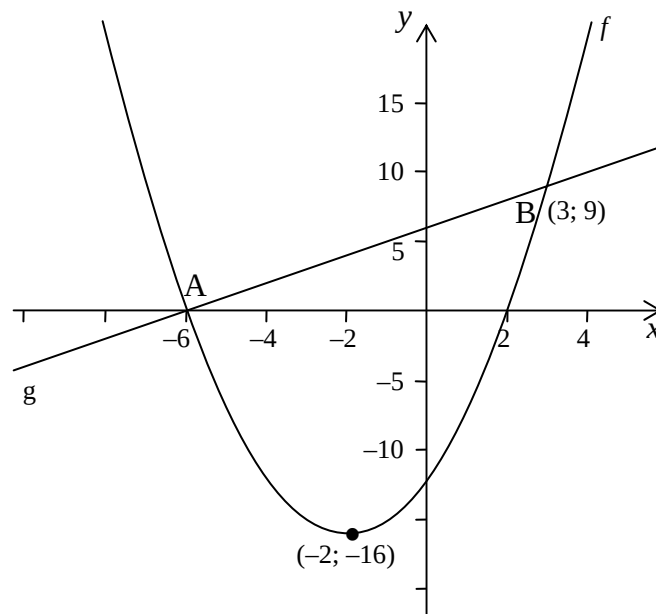


(11)

15 punte

VRAAG 4

Die skets toon die grafieke van $g(x) = x + 6$ en $f(x) = x^2 + 4x - 12$, wat by $A(-6; 0)$ en $B(3; 9)$ sny.



- 4.1 Gebruik die inligting wat op die skets gegee word om **op die antwoordblad wat voorsien word** grafieke te teken van $h(x) = |x + 6|$ en $j(x) = |x^2 + 4x - 12|$. (6)
- 4.2 Hierdie twee grafieke (h en j) sny by dieselfde punte as $g(x)$ en $f(x)$ sowel as by 'n derde punt. Bereken, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die koördinate van die ander snypunt van $h(x)$ en $j(x)$. (7)

13 punte

VRAAG 5

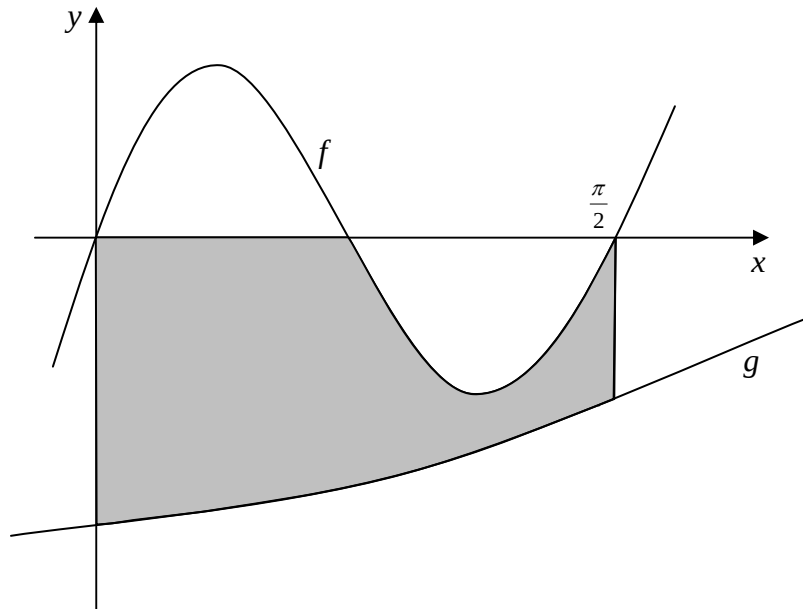
Die funksie $h(x) = \begin{cases} 2x^3 + x^2 - 3, & x < -1 \\ -x + k, & x \geq -1 \end{cases}$ word gegee.

- 5.1 Bepaal die reële waarde van k as $h(x)$ kontinu is by $x = -1$. (6)
- 5.2 Is $h(x)$ differensieerbaar by $x = -1$? Veronderstel $k = -5$ en regverdig jou antwoord wiskundig. (8)

14 punte

VRAAG 6

In die gegewe skets word die gearseerde gebied gedefinieer op die interval $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ en begrens deur die funksies $f(x) = 3\sin 4x$ en $g(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 6$. Die twee funksies sny nêrens op hierdie interval nie.



- 6.1 Toon dat die maksimum afstand tussen die twee grafieke in hierdie interval verkry kan word deur die vergelyking $12\cos 4x = x + 1$ op te los. (6)
- 6.2 Gebruik Newton se metode om 'n rekursievergelyking neer te skryf wat gebruik kan word om die vergelyking in 6.1 op te los. Neem $x = 0,5$ as 'n aanvangswaarde en bepaal vervolgens die antwoord korrek tot vyf desimale plekke. (9)

15 punte

VRAAG 7

'n Sekere funksie, $f(x)$, het die volgende eienskappe:

- Presies twee wortels: $x = 1$ en $x = -2$
- Presies twee vertikale asimptote met vergelykings $x = 7$ en $x = -1$
- 'n Horisontale asimptoot by $y = 2$

Bepaal 'n moontlike uitdrukking vir $f(x)$. (Dit is nie nodig om jou antwoord te vereenvoudig nie.)

(6)

6 punte**VRAAG 8**

Die funksies f , g en h word soos volg gedefinieer:

$$f(x) = \sin(\tan(2x))$$

$$g(x) = x^{\frac{2}{3}}(x + \sqrt[4]{x})$$

$$h(x) = \frac{2x}{\cos 2x}$$

8.1 Bepaal $f'(x)$, $g'(x)$ en $h'(x)$. (10)

8.2 Rangskik $f'(\pi)$, $g'(1)$ en $h'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ in dalende volgorde. (4)

14 punte**VRAAG 9**

9.1 Vind 'n uitdrukking vir $\frac{dy}{dx}$ in terme van x en y vir die implisiet gedefinieerde kromme $x^2 - 4xy + 4y + 8 = 0$. (9)

9.2 Bepaal vervolgens die koördinate van die stasionêre punte op hierdie kromme. (9)

18 punte

VRAAG 10

Damon bepaal $\int x \cos 2x \, dx$. Hy gebruik partiële integrasie, maar stop na 'n paar berekeningsreëls, **aangesien hy besef dat hy nie die probleem kan oplos nie**. Die laaste reël van sy berekening word getoon:

$$\int x \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \cos 2x + \int x^2 \cdot \sin 2x \, dx$$

10.1 Wat het Damon gedoen om by hierdie stap uit te kom? (4)

10.2 Dit is egter nie die beste metode om te gebruik om hierdie probleem op te los nie. Watter voorstel sal jy vir Damon aan die hand doen om hierdie probleem op 'n eenvoudiger manier op te los? (2)

10.3 Watter antwoord sal Damon kry as hy jou voorstel gebruik? (6)

12 punte
VRAAG 11

11.1 Bepaal die volgende integrale. (Jy hoef nie jou antwoord te vereenvoudig nie.)

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{1-5x}} \, dx$ (5)

(b) $\int 2 \sin 4x \cos 5x \, dx$ (6)

11.2

(a) Bewys die volgende identiteit: $\frac{1}{1+\sin x} + \frac{1}{1-\sin x} = 2 \sec^2 x$ (6)

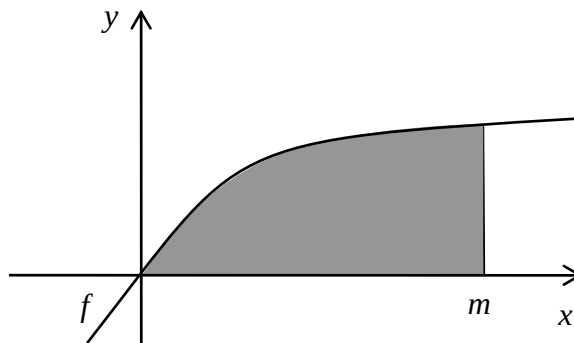
(b) Bepaal vervolgens die **kleinste positiewe** waarde van a as

$$\int_0^a \left(\frac{1}{1+\sin x} + \frac{1}{1-\sin x} \right) dx = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (7)$$

24 punte

VRAAG 12

Die skets toon die grafiek van $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ wat die asse by die oorsprong sny. Die gearseerde gebied is die oppervlakte tussen die grafiek, die x -as en die lyn $x = m$.



- 12.1 Bepaal die oppervlakte van die gearseerde gebied in terme van m . (9)
- 12.2 Bereken hierdie oppervlakte as $m = 2$. (2)
- 12.3 Stel 'n uitdrukking op, maar moenie integreer of bereken nie, wat die volume van 'n vaste liggaam voorstel wat gevorm sal word as die gearseerde gebied om die x -as geroteer word. (4)

15 punte

VRAAG 13

$f(a)$	1
$f'(a)$	2
$g(a)$	?
$g'(a)$	6
$h(a)$	$-\frac{1}{3}$
$h'(a)$	?

Neem aan dat die funksies $f(x)$, $g(x)$ en $h(x)$ kontinu en differensieerbaar is vir alle reële waardes, net soos hul afgeleides. In die tabel hiernaas word die funksies geëvalueer by 'n punt waar $x = a$. Twee van die waardes is egter weggelaat.

Ook gegee: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Toon al die berekeninge wat tot jou antwoorde lei en bereken die waarde van:

- 13.1 $g(a)$ (3)
- 13.2 $h'(a)$ (7)

10 punte

Totaal vir Module 1: 200 punte

MODULE 2 STATISTIEK

VRAAG 1

Gas wat uit biologiese fermentasie vervaardig word, word verkoop met die bewering dat die metaanhoud normaalverdeel is met 'n gemiddelde van 70% en 'n standaardafwyking van 1%. 'n Ewekansige steekproef van 8 gasbottels het die volgende metaanhoud opgelewer, uitgedruk as 'n persentasie:

Steekproef	1	2	3	4	5	6	7	8
% metaan	64	65	75	67	65	74	75	69

- 1.1 Doen 'n hipotesetoets by die 5%-betekenispeil om te bepaal of dit op grond van hierdie steekproef billik is om te beweer dat die gemiddelde metaanhoud 70% is. (10)
- 1.2 Bepaal op grond van hierdie steekproef 'n 99%-vertrouensinterval vir die gemiddelde metaanhoud. (8)

18 punte

VRAAG 2

Om die effek van alkohol op reaksietyd te toets, is 'n steekproef van 14 studente gekies. Die studente het 'n toets afgelê om hul reaksietyd (voor hulle enige alkohol verbruik het) te meet en het 'n aanvanklike telling, I , uit 100 ontvang. Hulle het toe 5 eenhede alkohol geneem en hul reaksietyd is 30 minute later weer getoets, waarna hulle 'n finale telling, F , uit 100 ontvang het.

'n Daling in telling dui 'n afname in reaksietyd aan.

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	90	87	93	86	81	84	70	87	86	91	89	88	90	92
F	75	72	76	70	68	73	56	80	73	79	79	69	77	80

Gee jou antwoorde op die volgende korrek tot vier desimale plekke waar toepaslik.

- 2.1 (a) Bepaal die korrelasiekoëffisiënt, r , vir hierdie data. (6)
- (b) Wat sê dit vir ons oor die aard en sterkte van die lineêre verwantskap tussen I en F ? (3)
- 2.2 (a) Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn van F op I . (5)
- (b) Twee verdere studente, Prashail en Shoso, word getoets en hul aanvanklike tellings is 85 en 64. Voorspel wat hul tellings sal wees nadat hulle 5 eenhede alkohol gehad het. (5)
- (c) Watter voorspelling wat in 2.2 (b) gemaak is, sal die betroubaarste wees? Gee 'n verduideliking om jou bewering te ondersteun. (3)

- 2.3 (a) Bepaal die gemiddelde en standaardafwyking van die aanvanklike tellings (Prashail en Shoso uitgesluit). (3)
- (b) Watter student uit die tabel hierbo kan as 'n uitskieter beskou word? (2)
- (c) As hierdie uitskieter uit die data verwyder word, hoe sal die sterkte van die reguitlynverwantskap tussen die tellings verander? Gee 'n verduideliking om jou antwoord te ondersteun. (5)

32 punte

VRAAG 3

- 3.1 'n Vervaardiger maak tafeltennisballe en 4% van alle tafeltennisballe word tydens vervaardiging beskadig. Die tafeltenniskampioenskaporganiseerders ontvang 'n stel van 500 balle vir 'n toernooi.
- (a) Hoeveel balle verwag jy sal defektief wees in 'n stel van 500 balle? (2)
- (b) Dit sal te lank neem om al die balle na te gaan, daarom besluit die organiseerders om 20 balle lukraak te inspekteer. As hierdie steekproef meer as een defektiewe bal het, sal die stel van 500 balle teruggestuur word. Wat is die waarskynlikheid dat die stel van 500 balle aanvaar sal word? (10)
- 3.2 Nuwe tafeltennispane word in elkeen van die 20 wedstryde gedurende die toernooi gebruik. Die organiseerders het waargeneem dat in 15% van die wedstryde 'n spaan gedurende die wedstryd vervang moet word. Wat is die waarskynlikheid dat presies 6 pane in die 20 wedstryde van die toernooi vervang sal word? (10)
- 3.3 Die lengte van mededingers se arms is aangeteken en as normaalverdeel bevind met 'n gemiddelde van 80 cm en 'n variansie van 15 cm. Wat is die waarskynlikheid dat 'n mededinger wat ewekansig gekies word 'n armlengte van meer as 90 cm het? (8)

30 punte

VRAAG 4

Gegee: $P(A|B) = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = \frac{1}{4}$ en $P(A \cup B) = \frac{11}{20}$

- 4.1 Bepaal $P(A \cap B)$ in terme van $P(A)$. (5)
- 4.2 Bepaal $P(A \cap B)$ in terme van $P(B)$. (3)
- 4.3 Bepaal vervolgens, of andersins, $P(A)$. (9)
- 4.4 Bepaal $P(A \cap B)$. (3)

20 punte

Totaal vir Module 2: 100 punte

MODULE 3 FINANSIES EN MODELLERING**VRAAG 1**

- 1.1 Sam het haar land se jaarlikse inflasiesyfers vir die laaste vier jaar aangeteken.
2005: 11%
2006: 8,7%
2007: 6,5%
2008: 8,2%
Wat was die effektiewe jaarlikse inflasie gedurende hierdie tydperk? (7)
- 1.2 Jane besluit om 'n motor te koop vir R125 000. Sy finansier die totale koste deur 'n bank wat rente hef teen 13% per jaar, maandeliks saamgestel oor 'n tydperk van 54 maande. Haar eerste betaling is presies een maand nadat sy die motor gekoop het.
- (a) Bereken haar maandelikse terugbetalings. (7)
- (b) Wat is die uitstaande saldo op haar motor onmiddellik na haar 24^{ste} betaling? (8)

22 punte

VRAAG 2

Daniël besluit om 'n aftree-annuïteit uit te neem wat op sy 30^{ste} verjaardag begin, met die eerste betaling wat een maand later plaasvind. Sy premie word vasgestel op R1 000 per maand en die maatskappy wat die aftree-annuïteit aanbied, waarborg 'n rentekoers van 7% per jaar, maandeliks saamgestel.

- 2.1 Daniël se laaste betaling sal op sy 60^{ste} verjaardag wees, wanneer hy aftree. Wat is die totale bedrag wat Daniël vir sy aftrede sal spaar in die veronderstelling dat hy al die betalings doen? (7)

Dit blyk dat Daniël na 5 jaar se betaling van die annuïteit finansiële probleme ondervind en hy slaan 8 betalings oor (betalings 61 tot 68). Op 10 jaar (betaling 120) het hy voldoende fondse beskikbaar om 'n enkelbedragbetaling te doen wat sal vergoed vir die betalings wat oorgeslaan is.

- 2.2 Bepaal die waarde van hierdie enkelbedragbetaling (sy gewone maandelikse terugbetaling uitgesluit). (10)

By aftrede onttrek Daniël 30% van sy annuïteit in kontant en met die saldo vorm hy 'n lewende annuïteit met 'n rentekoers van 8% per jaar, maandeliks saamgestel. Hy veronderstel dat omdat hy 'n baie gesonde lewenstyl handhaaf, hy 85 jaar oud sal word.

- 2.3 Hoeveel sal Daniël in kontant onttrek? (1)
- 2.4 Bepaal Daniël se maandelikse onttrekkings uit sy lewende annuïteit. (8)

26 punte

VRAAG 3

Indera het R20 000 om in 'n spaarrekening te deponeer. Die bank bied 'n rentekoers van 9% per jaar aan, maandeliks saamgestel. Indera sal aan die einde van elke maand ook 'n bedrag in hierdie rekening deponeer. Die eerste maandelikse deposito sal R1 000 wees en dit sal elke maand met 1% toeneem.

3.1 Skryf 'n rekursieformule om die saldo in sy spaarrekening te bereken. (8)

3.2 Hoeveel sal Indera na afloop van 3 maande hê? (5)

13 punte

VRAAG 4

Die gunstelingvoedsel van die blouwalvis is 'n klein, garnaalagtige skaaldiertyjie genaamd kril. Die blouwalvis verbruik groot hoeveelhede van hierdie klein diertyjie as sy hoofbron van voedsel. Die maksimum volhoubare bevolking vir kril is 500 ton per acre oseaan. As daar geen walvisse is nie en die oseaan is nie oorvol nie, sal die kril teen 25% per jaar toeneem.

Onder ideale omstandighede het blouwalvisse 'n lewensduur van 50 jaar.

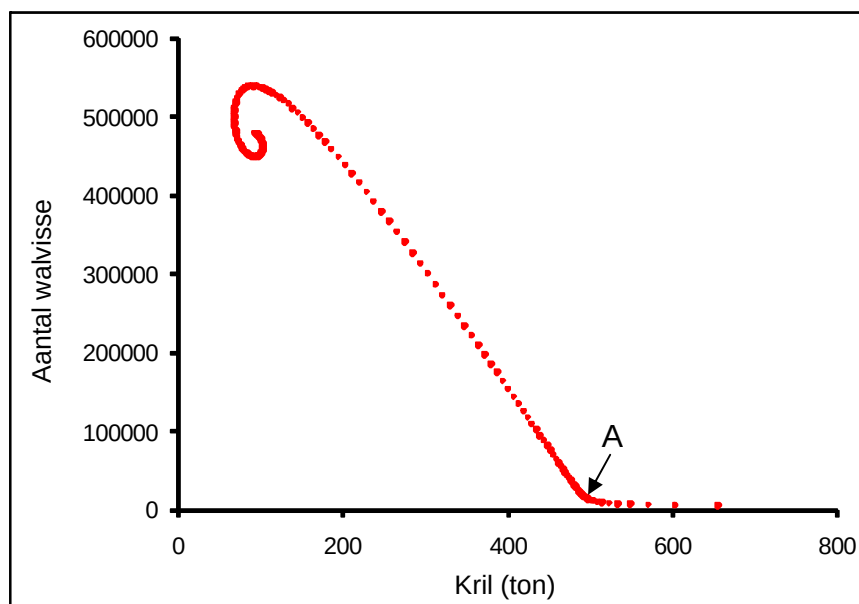
As K vir die krilbevolking staan en W vir die walvisbevolking, kan die volgende vergelykings gebruik word om hul jaarlikse bevolkings te modelleer:

$$K_{n+1} = K_n + aK_n \left(1 - \frac{K_n}{P}\right) - bK_n \cdot W_n$$

$$W_{n+1} = W_n + f \cdot b \cdot W_n \cdot K_n - cW_n$$

- 4.1 Wat is die waardes van die parameters a en P ? (5)
 4.2 Verduidelik waarom $c = 0.02$. (3)

In 'n sekere oseaan het die aanvanklike bevolking blouwalvisse grootliks afgeneem vanweë walvisvangbedrywighede en dus is daar tans slegs 5 000 walvisse terwyl die kril 750 ton per acre bereik het. Die waardes van die parameters b en f word gegee as $b = 4.3 \times 10^{-7}$ en $f = 500$. Die grafiek wat die verandering van die kril- en die blouwalvisbevolking in hierdie omgewing toon, word hieronder gegee (neem aan dat alle walvisvangbedrywighede onmiddellik ophou).

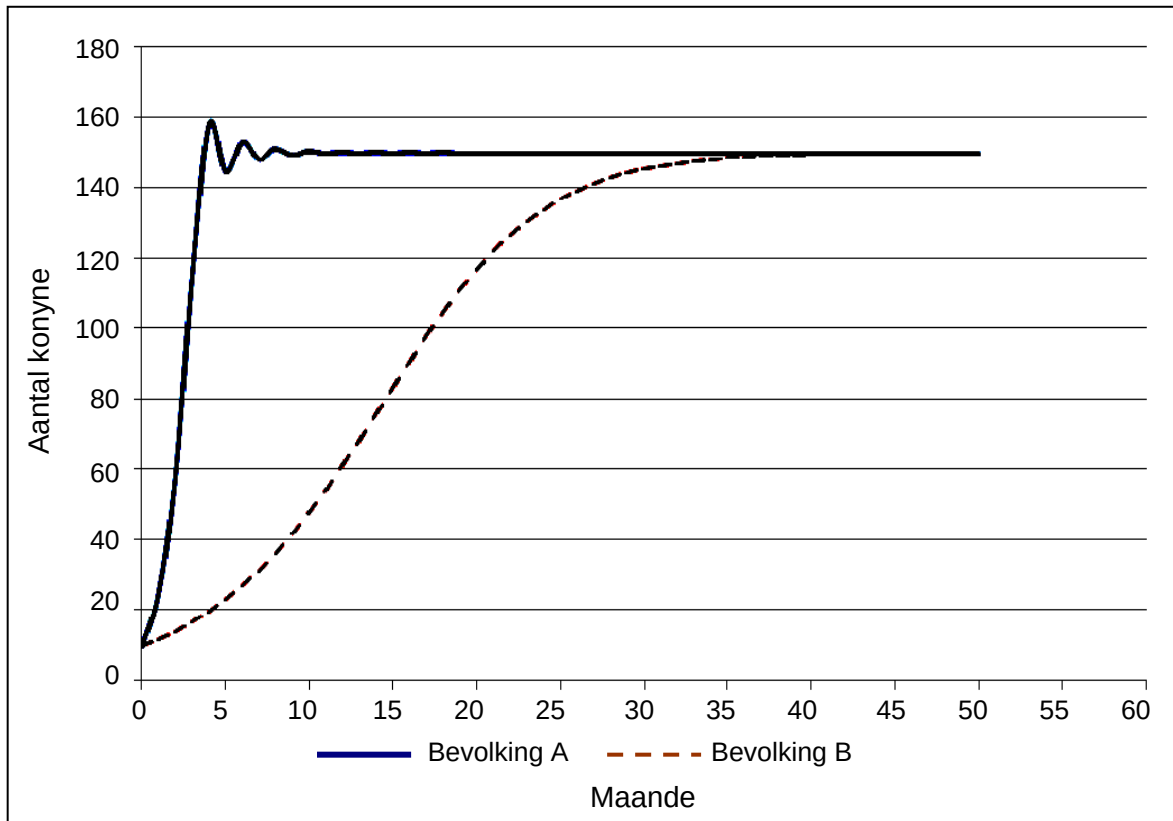


- 4.3 Verduidelik waarom die afneemtempo in die krilbevolking dramaties verander by A. (3)
 4.4 Beraam die krilbevolking uit die grafiek wanneer die blouwalvisbevolking die vinnigste toeneem. (2)
 4.5 Beraam die stabiele bevolkings vir blouwalvisse en kril. (2)
 4.6 Bepaal die nuwe ewewigspunt as die kril se intrinsieke groeikoers tot 10% per jaar afneem. (12)

27 punte

VRAAG 5

Die volgende grafieke toon die groei van twee onafhanklike konynebevolkings. Beide het 'n aanvanklike bevolking van 10. Een bevolking ontvang 'n spesiale dieet om hul vrugbaarheid te verhoog. Die dra vermoë van die velde waarin hulle gehou word, is dieselfde vir beide groepe en daar is geen roofdiere nie.



- 5.1 Wat is die dra vermoë van die velde? (1)
- 5.2 Watter bevolking het die spesiale dieet ontvang om sy vrugbaarheid te verhoog? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 5.3 Beraam die intrinsieke groeikoers van bevolking B. Toon berekeninge om jou antwoord te ondersteun. (7)
- 5.4 Verduidelik wat tussen die 4^{de} en die 10^{de} maand met bevolking A gebeur. (2)

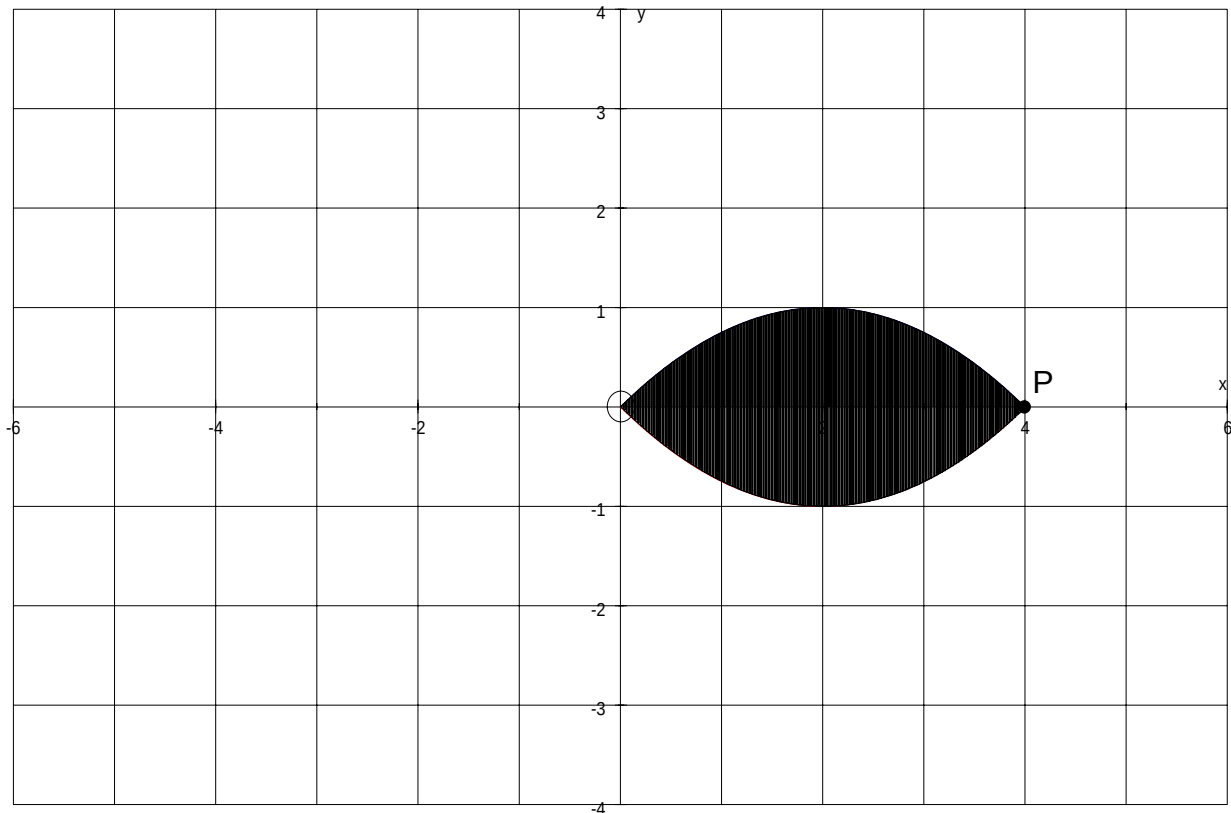
12 punte

Totaal vir Module 3: 100 punte

MODULE 4 GRAFIEKTEORIE EN MATRIKSE

VRAAG 1

Die blomme van verskeie plante het rotasiesimmetrie van graad 5. Om 'n prent te teken van 'n blom wat hierdie simmetrie toon, verskaf 'n onderwyser die volgende prent van 'n kroonblaar en vra dan die leerders om nog vier kroonblare te teken met die oorsprong as die middelpunt sodat die blom rotasiesimmetrie van graad 5 het. (Dit is aanvaarbaar dat die kroonblare oorvleuel.)



- 1.1 Die eerste kroonblaar wat Sam teken, is die een langs hierdie kroonblaar, maar in 'n antikloksgewyse rigting gedraai. Bepaal die koördinate van die punt op hierdie kroonblaar wat die verste van die oorsprong is. (Antwoord korrek tot twee desimale plekke.) (6)
- 1.2 Pieter dink die blom sal mooier lyk as hy die gegewe kroonblaar verander deur die transformasie $\begin{pmatrix} 2,5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ te gebruik.
 - (a) Hoe sal dit die vorm van die oorspronklike kroonblaar verander? (2)
 - (b) Bepaal die koördinate van die punt P op Pieter se kroonblaar volgens hierdie transformasie. (3)
- 1.3 Paul beweer dat hy Pieter se blom kan maak deur eers al die kroonblare te vind deur Sam se antikloksgewyse rotasie te gebruik en dan Pieter se transformasie op al die punte in die blom toe te pas.

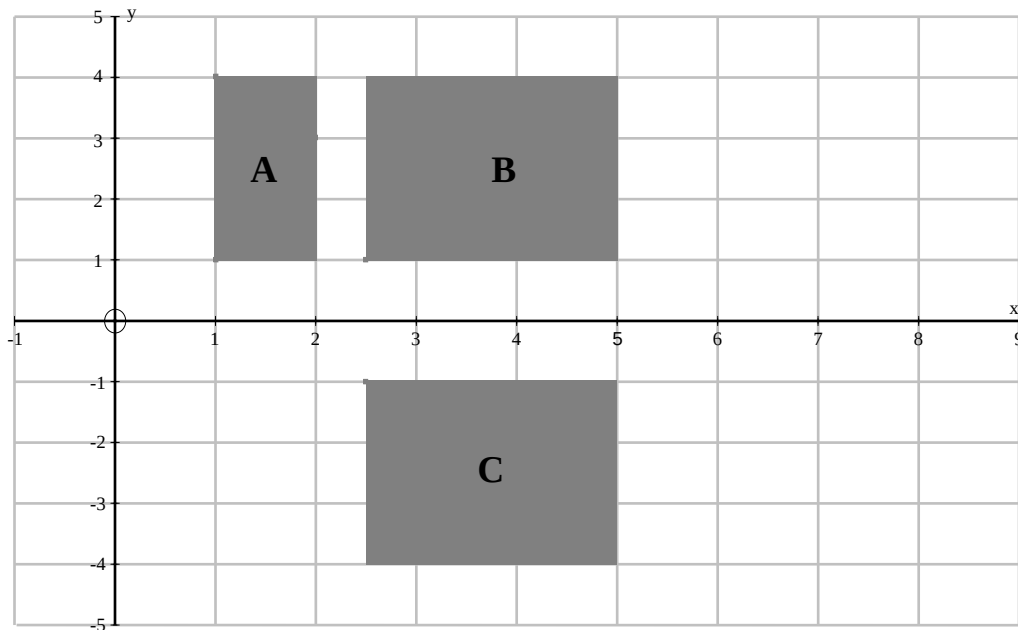
Sal dit werk? Verduidelik. (4)

15 punte

VRAAG 2

Beskryf die transformasie en skryf die enkele matriks neer wat:

- 2.1 vorm A op vorm B afbeeld. (4)
 2.2 vorm B op vorm C afbeeld. (2)
 2.3 vorm C op vorm A afbeeld. (8)



14 punte

VRAAG 3

Die determinant van die matriks P hieronder is 20. Bepaal die waarde van a indien $a \in \mathbb{Z}$.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 4 & 3a \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

10 punte

VRAAG 4

'n Gevorderdeprogram-wiskundeklas kry die volgende stelsel vergelykings:

$$2x + y - z = -7$$

$$x - y + z = 10$$

$$3x + 5y + 2z = 7$$

- 4.1 Mpho begin om die oplossing te vind deur ryreduksie korrek toe te pas, maar gee dan op. Voltooi haar berekening en bepaal die oplossing vir hierdie stelsel vergelykings.

Mpho se berekening:

Aangevulde matriks:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & -7 \\ 1 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 10 \\ 0 & 3 & -3 & -27 \\ 0 & 8 & -1 & -23 \end{array} \right)$$

(8)

- 4.2 Sandra besluit om die vergelykings op te los deur die inverse van Matriks A te gebruik waar $A.X = Y$

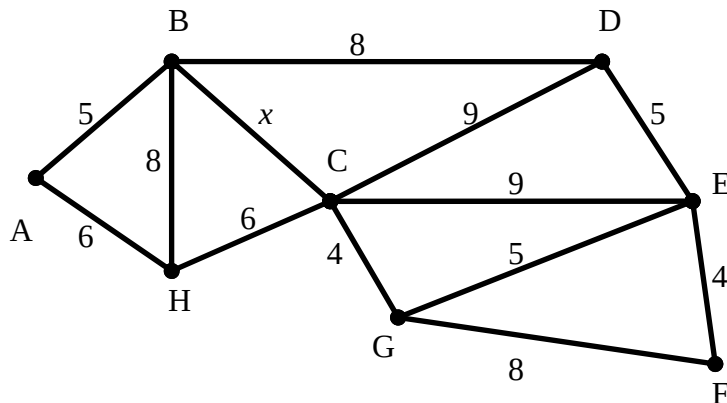
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad Y = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$

en $\det A = -21$.

- (a) Bepaal A^{-1} . (7)
- (b) Druk X uit in terme van A^{-1} en Y . (2)

17 punte

VRAAG 5



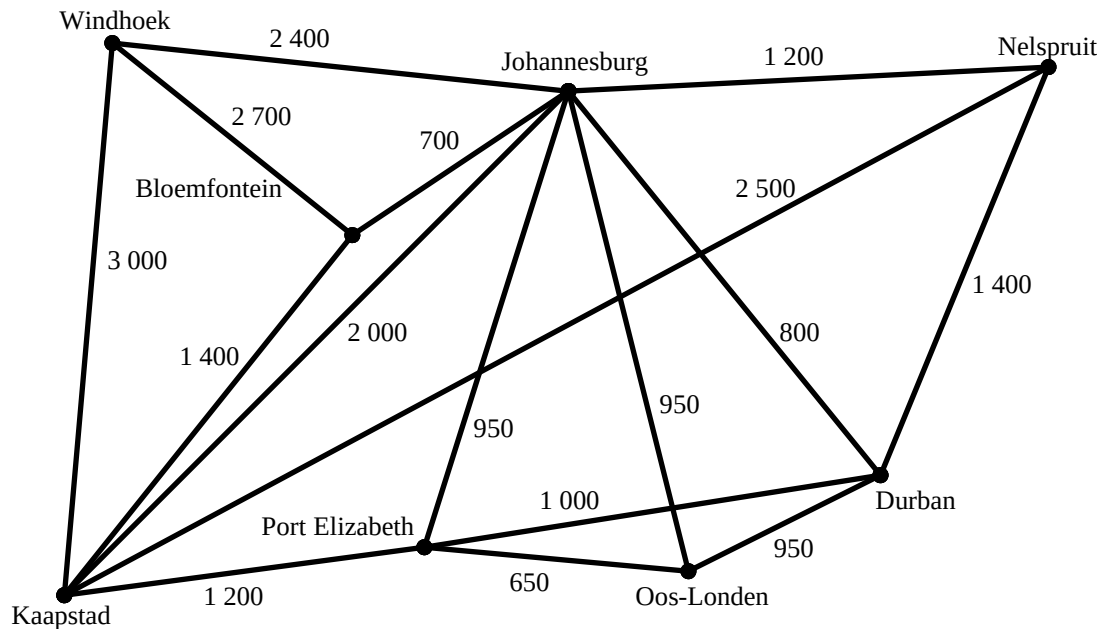
Verwys na die netwerk hierbo en beantwoord die volgende vrae:

- 5.1 Bepaal die maksimum waarde van x , waar $x \in \mathbb{N}$, wat sal verseker dat kant BC ingesluit word in die unieke kortste pad tussen A en F. (10)
- 5.2 (a) Noem al die nodusse van onewe graad. (3)
 (b) Watter kante moet gedupliseer word om 'n Euler-kring van minimum gewig voort te bring? (7)

20 punte

VRAAG 6

Hieronder is 'n diagram wat die koste van vliegtuigkaartjies tussen die hoofsentra in Suid-Afrika en Namibië voorstel. 'n Plaaslike sakeman is in Johannesburg gebaseer en moet elkeen van die sentra een keer per maand besoek.



- 6.1 Bepaal 'n ondergrens vir die koste van die vliegtuigkaartjies deur Johannesburg te verwyder en Kruskal se algoritme te gebruik. Toon die volgorde waarin jy die nodusse kies duidelik aan. (9)
- 6.2 Gee redes vir jou antwoorde en bepaal of die ondergrens wat in 6.1 bepaal is, beïnvloed sal word indien:
- (a) Prim se algoritme in plaas van Kruskal se algoritme gebruik word. (2)
 - (b) Durban in plaas van Johannesburg as die aanvanklike nodus gebruik word. (4)
- 6.3 Bepaal 'n bogrens vir die koste van die vliegtuigkaartjies deur die naasteuurman-algoritme en Johannesburg as die beginpunt te gebruik. (9)

24 punte

Totaal vir Module 4: 100 punte

Totaal: 300 punte