



GRAAD 12-EKSAMEN
NOVEMBER 2011

GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE

Tyd: 3 uur

300 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 19 bladsye, 'n Antwoordblad van 2 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 4 bladsye (i – iv). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.

2. Hierdie vraestel bestaan uit VIER modules:

MODULE 1: CALCULUS EN ALGEBRA (200 punte) is verpligtend.

Kies **EEN** van die **DRIE** Opsionele Modules:

MODULE 2: STATISTIEK (100 punte) OF

MODULE 3: FINANSIES EN MODELLERING (100 punte) OF

MODULE 4: MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE (100 punte)

3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders aangedui.
 4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
 5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
 6. Indien van toepassing moet berekeninge gedoen word deur radiale te gebruik en antwoorde moet in radiale gegee word.
 7. Beantwoord elke module in 'n afsonderlike Antwoordboek.
 8. Rond jou antwoorde af tot twee desimale syfers, tensy anders aangedui. Gee waarskynlikhede vir die Statistiekmodule korrek tot 4 desimale plekke.
-

MODULE 1 CALCULUS EN ALGEBRA

VRAAG 1

- 1.1 Die punte $P(3; p)$ en $Q(6; q)$ lê op die kromme: $y = 3 \ln x$.
Bepaal die gradiënt van die lyn PQ en gee die antwoord in logvorm. (7)

- 1.2 $f(n) = 15^n - 8^{n-2}$. Bepaal die waarde van p as $f(n+1) - 8f(n) = p \times 15^n$. (8)
[15]

VRAAG 2

- 2.1 Jerry wil die formule bewys wat soms in 'n Riemann-som gebruik word:

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \text{ dus dat } 1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ vir } n \in N.$$

Hy voer die volgende stappe uit:

Stap	
1	Laat $n = 1$:
2	LK = 1 RK = 1
3	$\therefore$ die stelling is waar vir $n = 1$.
4	Laat $n = k$:
5	$1 + 8 + 27 + \dots + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$
6	Laat $n = k + 1$:
7	$RK = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$
8	LK =
9	Gevolgtrekkings

- (a) Jerry het 'n fout gemaak in Stap 4. Skryf die korrekte weergawe vir hierdie stap. (1)

- (b) Jerry kon Stap 8 nie voltooi nie. Skryf hierdie deel van die bewys neer. (8)

- 2.2 **Gebruik Riemann-somme** om die presiese waarde te bereken van die oppervlakte wat tussen die lyne $x = 0$ en $x = 2$ deur die grafiek van $f(x) = x^3 + 1$ en die x -as begrens word. (11)
[20]

VRAAG 3

Vraag 3.1 moet op die Antwoordblad beantwoord word.

- 3.1 Die grafieke van $f(x) = \left| \frac{15}{x} \right|$ en $g(x) = |x - 2|$ sny wanneer $x = -3$ en $x = 5$.

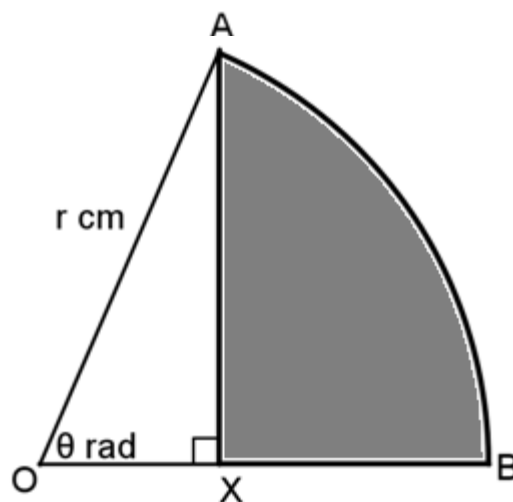
Teken sketsgrafieke van $f(x)$ en $g(x)$ op die assestelsel wat op die Antwoordblad voorsien word. (7)

- 3.2 Los vervolgens, of andersins, op vir x as $\left| \frac{15}{x} \right| \geq |x - 2|$. (4)

[11]

VRAAG 4

In die diagram is AB 'n boog van 'n sirkel, middelpunt O en radius r cm, en $\hat{AOB} = \theta$. Die punt X lê op OB en $AX \perp OB$.



- 4.1 Toon dat die oppervlakte, A, van die gearseerde gebied AXB gegee word deur $A = \frac{1}{2}r^2(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ cm². (7)

- 4.2 In die geval waar $r = 12$ en $\theta = \frac{1}{6}\pi$, bepaal die omtrek van die gearseerde gebied AXB. Laat jou antwoord in terme van $\sqrt{3}$ en π . (8)

[15]

VRAAG 5

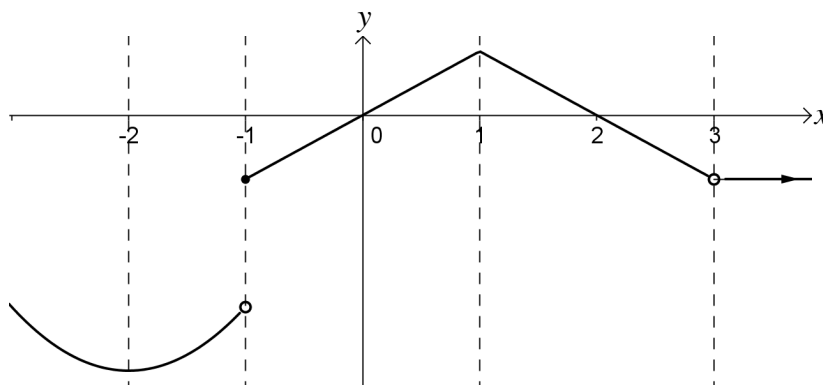
Die polinoom $P(x) = x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 25x^2 - 29x - 22$ word gegee. Twee van die nulle van hierdie polinoom is $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ en $-1 + 2\sqrt{3}$.

5.1 Gebruik hierdie inligting om $P(x)$ as die produk van twee kwadratiese faktore en een lineêre faktor te skryf. (14)

5.2 Skryf die reële wortel(s) van die vergelyking $P(x) = 0$ neer. (2)
[16]

VRAAG 6

6.1 Die funksie van f word deur die grafiek hieronder voorgestel:



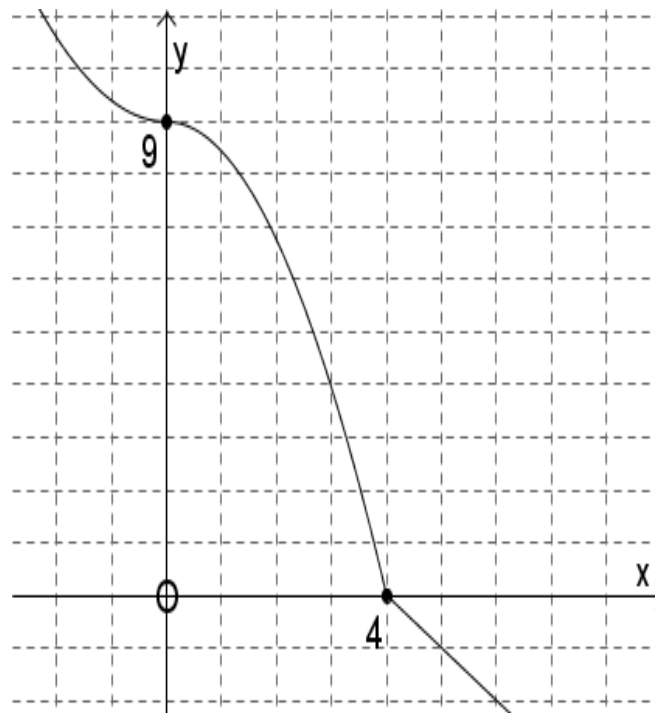
(Geen redes word in hierdie vrae verlang nie.)

Gee vir elkeen van die volgende vrae al die waardes van x waarvoor

- (a) die limiet bestaan, maar die funksie nie gedefinieer is nie. (2)
- (b) die linker- en regterlimiet albei bestaan, maar hulle is ongelyk. (2)
- (c) f kontinu is maar nie differensieerbaar nie. (2)
- (d) $f'(x) = 0$. (3)
- (e) $f''(x) > 0$. (3)

6.2 Die diagram toon die grafiek van die funksie

$$f(x) = \begin{cases} px^n + q & \text{as } x < 4; n \in \mathbb{N} \\ -x + 4 & \text{as } x \geq 4 \end{cases}$$



Hierdie vraag moet op die Antwoordblad beantwoord word.

Gebruik die diagram en teken **sonder om vir p en q op te los** afsonderlike sketse van die volgende op die assestelsel wat op die Antwoordblad voorsien word. Toon alle afsnitte met die asse en die asimptote, waar toepaslik, duidelik.

(a) $y = |f(x)|$ (3)

(b) Die inverse funksie, $y = f^{-1}(x)$. (5)

[20]

VRAAG 7

7.1 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $y = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(x^2 - 1)$. (9)

7.2 (a) Bepaal $f'(x)$ en $f''(x)$ as $f(x) = \cot x$. (4)

(b) Hierdie funksie het 'n niestasionêre buigpunt as $f'(x) \neq 0$ en $f''(x) = 0$. Toon

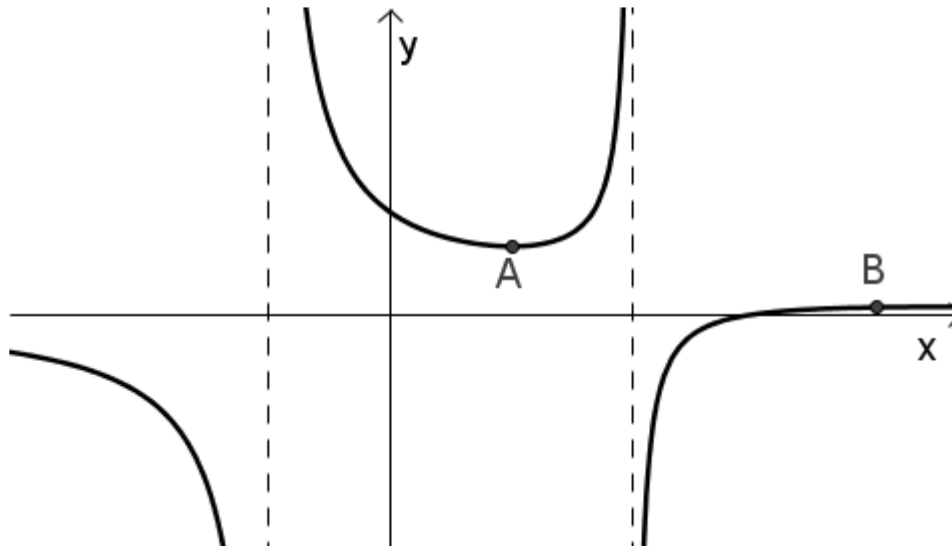
dat f 'n niestasionêre buigpunt het by $x = \frac{\pi}{2}$. (5)

7.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die kromme $2x + 3y - xy^2 + 4 = 0$ by die punt $(-1; -2)$. (13)

[31]

VRAAG 8

- 8.1 Die skets toon die grafiek met vergelyking $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-x-2}$. A is die relatiewe minimum draaipunt op die kromme.



- (a) **Gee** die vergelykings van al die vertikale en horisontale asimptote van die grafiek van f . (5)
- (b) Bereken die x -koördinaat van A. (10)
- (c) Verduidelik waarom daar slegs een geldige antwoord vir Vraag 8.1 (b) is. (1)
- 8.2 Die funksies $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ en $g(x) = \frac{x}{2}$ sny by 'n punt naby $x = \frac{\pi}{2}$. Gebruik **een** toepassing van Newton se metode om die volgende benadering van hierdie oplossing te bepaal. Gee die antwoord korrek tot vier desimale syfers. Toon hoe jy Newton se metode gebruik het. (6)
- 8.3 Die getal besoekers aan 'n toeriste-aantreklikheid vir 'n tydperk van een jaar kan bereken word deur gebruik te maak van die vergelyking $C(t) = t\sqrt{1-t}$, waar t 'n breuk van 'n jaar is en C die getal besoekers, in honderde. Bereken t wanneer daar 'n maksimum getal besoekers was. Gee die antwoord as 'n breuk. (9)

[31]

VRAAG 9

9.1 Bepaal die volgende integrale:

$$(a) \quad \int \frac{2}{\sqrt{5x-1}} dx. \quad (5)$$

$$(b) \quad \int \frac{2x}{\sqrt{5x^2-1}} dx. \quad (6)$$

$$(c) \quad \int \frac{2x}{\sqrt{5x-1}} dx. \quad (\text{Wenk: Gebruik partiële integrasie}) \quad (9)$$

9.2 (a) Druk $\frac{1}{x^3 + x^2}$ in partiëlebreuke uit in die vorm $\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$. (6)

(b) Met $\int \frac{1}{mx+c} dx = \frac{1}{n} \ln|mx+c|$ gegee, gebruik jou antwoord uit Vraag 9.2 (a)

en bepaal $\int \frac{1}{x^3 + x^2} dx$. Laat jou antwoord in die eenvoudigste logvorm.

Gebruik $a = -1$, $b = 1$ en $c = 1$.

(5)
[31]

VRAAG 10

10.1 Bewys dat $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$. (2)

10.2 Die volume wat gegenereer word wanneer die grafiek van $y = \sin x + \cos x$ tussen $x = 0$ en $x = a$ om die x -as roteer, is gelyk aan $\pi(a+1)$. Gebruik Vraag 10.1, of andersins, om die kleinste positiewe waarde van a te bereken. (8)
[10]

Totaal vir Module 1: 200 punte

MODULE 2 STATISTIEK**VRAAG 1**

In *Hugo's Café* koop 70% van die klante 'n koppie tee.

Bepaal die waarskynlikheid dat presies 8 'n koppie tee sal koop in 'n ewekansige steekproef van 10 klante.

[9]**VRAAG 2**

'n Sekere mediese toestand kom in 2% van die bevolking voor. Die Mac Gregor-bloedtoets word gebruik om die toestand te diagnoseer. In 9 uit 10 gevalle waar die pasiënt die siekte het, lewer dit 'n positiewe uitslag. As die pasiënt nie die siekte het nie, is daar steeds 'n 0,06-kans dat die toets 'n positiewe uitslag sal lewer. Jessie het die toets laat doen en haar uitslag is positief. Gebruik 'n boomdiagram, of andersins, en bepaal die waarskynlikheid dat sy die siekte het.

[10]**VRAAG 3**

Straatverkopers in die middestad van Johannesburg verkoop elke dag gedurende die etensuur koppies warm sjokolade en pakkies gebakte aartappelskyfies. Hulle het 'n rekord gehou van die getal koppies warm sjokolade en die getal pakkies aartappelskyfies wat verkoop is en die temperatuur gedurende die etensuur op agt dae.

Temperatuur (°C) x	12	13	14	16	18	22	24	26
Koppies sjokolade y_1	300	280	250	210	190	170	150	130
Pakkies aartappelskyfies y_2	280	160	250	120	294	206	238	240

- 3.1 Die korrelasiekoëffisiënt van temperatuur en koppies warm sjokolade verkoop is -0,966. Gee jou interpretasie van hierdie korrelasiekoëffisiënt in realistiese terme. (3)
- 3.2 Die korrelasiekoëffisiënt van temperatuur en pakkies aartappelskyfies verkoop is 0,104. Gee jou interpretasie van hierdie korrelasiekoëffisiënt in realistiese terme. (2)
- 3.3 Die kleinstekwadrate-regressielyne vir die verkope van warm sjokolade en pakkies aartappelskyfies is onderskeidelik:

$$y_1 = 413 - 11,22x \quad \text{en} \quad y_2 = 202 + 1,16x.$$

Gebruik hierdie inligting om 'n beraming vir die volgende te voorspel:

- (a) die getal koppies warm sjokolade wat verkoop sal word wanneer die temperatuur 9 °C is. (2)
- (b) die getal pakkies aartappelskyfies wat verkoop sal word wanneer die temperatuur 21 °C is. (2)
- 3.4 Lewer kommentaar op die betroubaarheid van die voorspellings in Vraag 3.3 en ook die beperkings van hierdie modelle. (4)

[13]

VRAAG 4

[<www.dailymail.co.uk>]

Die laaste item by die Olimpiese Spele is altyd die marathon.

Uit statistiek wat by die Beijing Spele versamel is, was die gemiddelde tyd wat die deelnemers gehardloop het 2 uur 14 minute met 'n standaardafwyking van 16 minute. Die organiseerders verdeel die atlete in drie gelyke kategorieë (vinnig, medium en stadig).

As die tye normaal verdeel is, bereken die bestek van tye waarvoor 'n atleet in die medium kategorie kan wees.

[10]**VRAAG 5**

'n Standaardpak speelkaarte het 52 kaarte – Piete (*jokers*) uitgesluit. Daar is vier kleure – klawers, diamante, harte en skoppens. Die waarde van die kaarte in elke kleur wissel van twee tot tien en dan het elke kleur 'n boer, 'n koningin, 'n koning en 'n aas.

In die pokerspel word vyf kaarte uit die pak aan elke speler uitgedeel.



- 5.1 'n Suite beteken dat vyf kaarte van dieselfde kleur aan die speler uitgedeel word. Wat is die waarskynlikheid dat 'n suite aan 'n ewekansig gekose speler uitgedeel sal word?

(8)



- 5.2 'n Vol hand beteken dat 'n paar en drie van 'n soort aan 'n speler uitgedeel word, byvoorbeeld drie sewes en twee konings of drie boere en twee agts. Bepaal die waarskynlikheid dat 'n vol hand aan 'n ewekansig gekose speler uitgedeel sal word.

(8)

[<www.cardwolves.com>]

[16]

VRAAG 6

'n Stogastiese veranderlike het 'n waarskynlikheidsfunksie wat gegee word deur:

$$f(x) = \begin{cases} k(3x^2 - x^3) & \text{as } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{andersins} \end{cases}$$

6.1 Toon dat $k = \frac{4}{27}$. (8)

6.2 Die modus van 'n kontinue datastel is die waarde van die stogastiese veranderlike waar dit die digste is, d.w.s. waar die digtheidsfunksie sy maksimum waarde bereik. Bepaal die modus. (8)
[16]

VRAAG 7

Die *Munda*-vervaardigingsmaatskappy maak batteryaangedrewe kinderspeelgoed. *Munda* gebruik batterye wat deur twee verskillende maatskappye gemaak word: *Dura Power* en *Long Life*. 'n Ewekansige steekproef van 100 van elke tipe battery is gekies en getoets. Inligting oor die twee verskillende tipes batterye word in die tabel hieronder gegee.

	Gemiddelde batterylebensduur	Standaardafwyking
Dura Power	58,5 minute	20 minute
Long Life	53,5 minute	19 minute

7.1 Is daar 'n betekenisvolle verskil tussen die gemiddelde lewensduur van hierdie twee batterye by die 5%-betekenispeil? (11)

7.2 Die *Munda*-vervaardigingsmaatskappy wil graag die nulhipotese verwerp. Wat moet die presiese betekenispeil wees om dit te kan doen? (6)
[17]

VRAAG 8

[<smh.co.au>]

Suid-Afrika sal 10 vroulike swemmers na die 2012 Olimpiese Spele in Londen stuur. Drie kamers in die Olimpiese dorpie sal aan hulle toegewys word. Een kamer het vyf beddens, een het vier beddens en die ander een het 2 beddens.

Op hoeveel verskillende maniere kan die vroulike swemmers geakkommodeer word?

[9]

Totaal vir Module 2: 100 punte

MODULE 3 FINANSIES EN MODELLERING**VRAAG 1**

'n Voornemende huiseienaar spaar elke maand 'n sekere bedrag vir 'n deposito op sy eerste huis wat hy beplan om binne 30 maande te koop. Hy verkry 'n beleggingskoers van 7,4% per jaar, maandeliks saamgestel, by 'n plaaslike bank.

- 1.1 Bereken die waarde van die deposito wat hy sal hê as hy beplan om R3 200 aan die einde van elke maand te spaar. Hy sal oor een maand begin. Hy beoog om die finale betaling aan die einde van die 30 maande te doen. (6)
- 1.2 In die veronderstelling dat 'n deposito van R105 000 oor 30 maande vir sy huis benodig sal word, bereken wat die voornemende huiseienaar elke maand sal moet spaar as hy 'n totaal van 30 betalings doen en onmiddellik begin, met elke betaling aan die **begin** van elke maand. (8)
- [14]**

VRAAG 2

Sandra, 'n deelnemer aan 'n televisiespeletjiesprogram, het R150 000 gewen. Sy besluit om haar wengeld te belê in 'n rekening wat rente verdien teen 6,25% per jaar, maandeliks saamgestel, met die bedoeling om R3 400 aan die einde van elke maand vir basiese lewenskoste te onttrek. Sy sal oor drie maande begin om die geld te onttrek.

- 2.1 Bereken die waarde van Sandra se belegging wanneer sy haar eerste onttrekking van R3 400 wil doen. (4)
- 2.2 Bereken die bedrag waarmee Sandra se aanvanklike belegging onmiddellik na haar eerste onttrekking sal afneem. (4)
- 2.3 Bereken die saldo in die rekening aan die einde van die vier jaar. (10)
- 2.4 Ses maande voor die einde van hierdie vierjaartydperk moes Sandra 'n **bykomende** R10 500 onttrek om vir 'n klein operasie te betaal, gevolg deur nog 'n **bykomende** onttrekking van R5 000 twee maande later vir verdere mediese rekeninge. Sy gaan voort om R3 400 per maand te onttrek soos gewoonlik. Toon toepaslike berekeninge om te bepaal of sy aan die einde van hierdie vier jaar oortrokke sal wees of nie. (10)
- [28]**

VRAAG 3

Thirisan het 'n banklening van R36 000 verkry om 'n tweedehandse motor te koop. Die saamgestelde rente wat op hierdie lening gehef word, is 8,2% **per kwartaal**. Hy stem in om R4 000 per kwartaal terug te betaal, wat oor 3 maande begin.

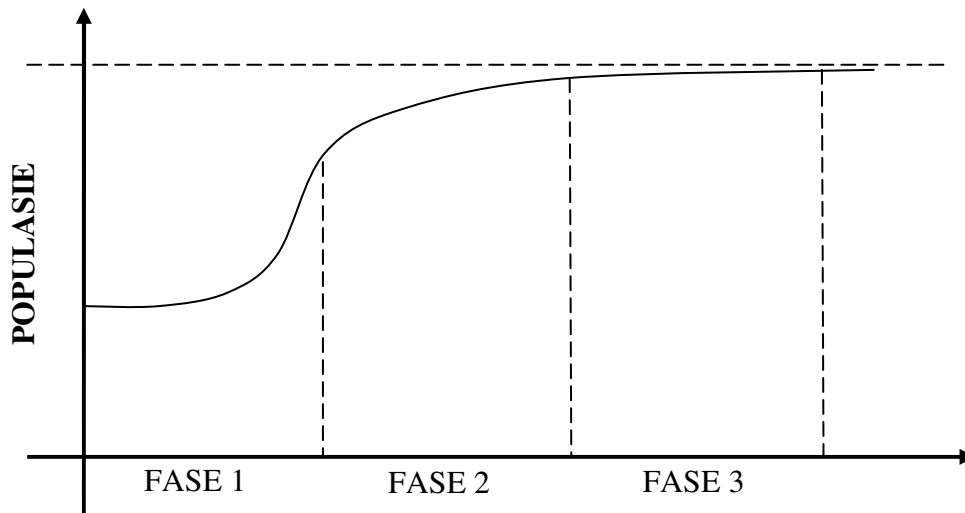
Bereken die totale getal kwartaallikse betalings wat Thirisan sal doen om die lening volledig terug te betaal.

[8]

VRAAG 4

Die Karoo Nasionale Park naby Beaufort-Wes was in 2010 in die nuus deur die hervestiging van leeus in die Park. Die laaste opgetekende leeu in hierdie gebied is in 1846 geskiet. Daar is baie sebras en wildsbokke wat die leeus kan vreet. Die leeus het geen natuurlike predatore nie.

4.1 Die grafiek hieronder dui die geprojekteerde leeuopulasie oor die volgende eeu aan.



- Verteenwoordig hierdie grafiek Malthus se populasie-model of 'n logistiese populasie-model? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- Tydens watter fase vind die grootste numeriese groei in die leeuopulasie plaas? Verduidelik hoe dit van die grafiek afgelees kan word. (2)
- Verduidelik wat gedurende die laaste fase met betrekking tot die leeuopulasie gebeur. (2)

4.2 In 2010 is agt leeus hervestig in die Karoo Nasionale Park wat waarskynlik 20 leeus met 'n intrinsieke groeikoers van 0,104 per geboortesiklus kan dra. 'n Leeuwyfie het een keer elke **twee** jaar 'n werpsel.

- Stel 'n rekursieformule op om die leeuopulasie na twaalf jaar te bereken in die lig daarvan dat een leeu elke twee jaar vanweë stropery verloor word. Lewer kommentaar op die volhoubaarheid van die leeuopulasie met hierdie model. (8)
- Bepaal die leeuopulasie na twaalf jaar as die Park daarin slaag om die situasie rondom stropery te verbeter sodat een leeu slegs elke vier jaar verloor word. Lewer kommentaar op jou bevindings. (4)

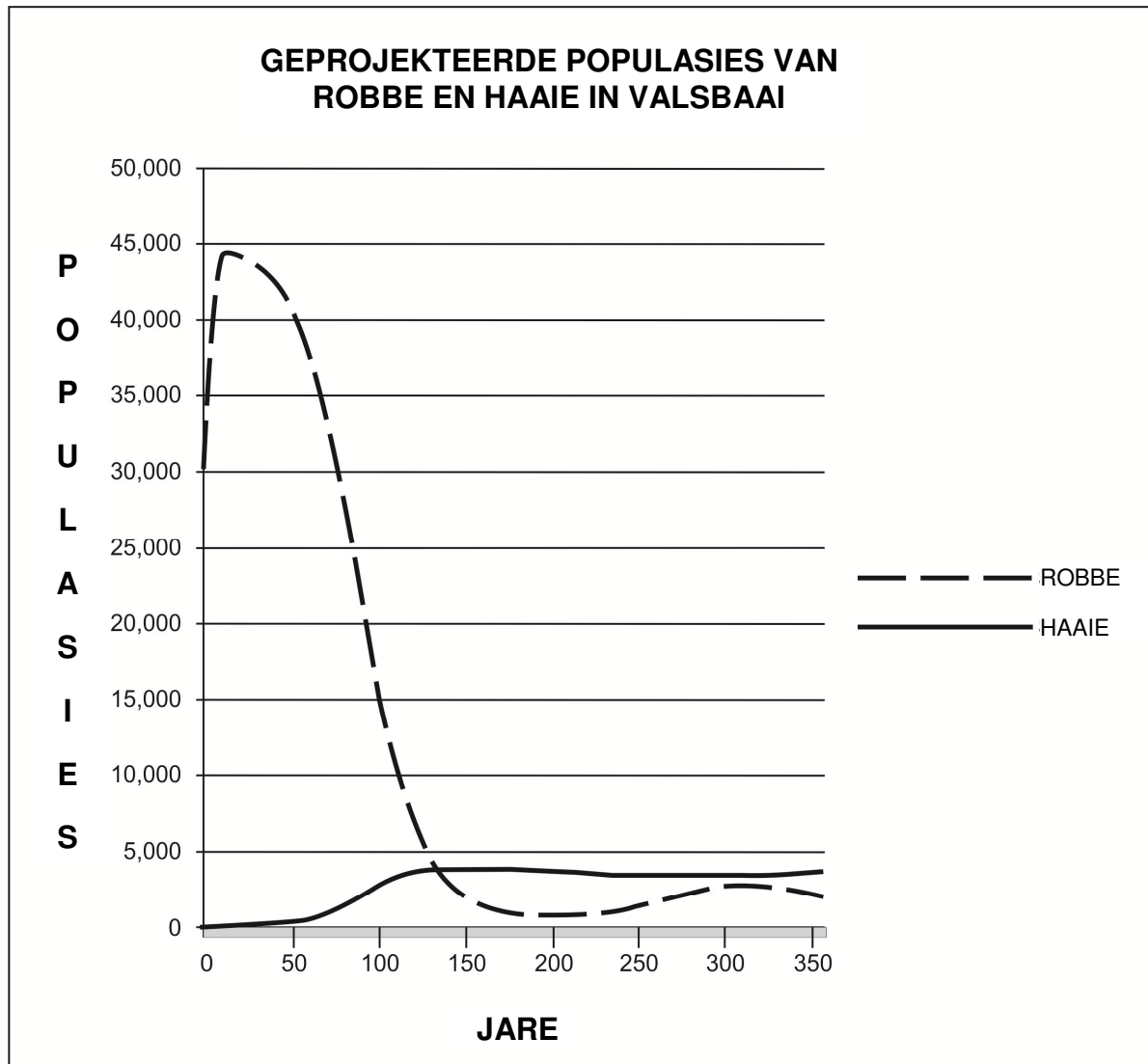
4.3 Die gemiddelde grootte van 'n werpsel is drie welpies, maar hul oorlewingskoers is verbasend laag. Die helfte van alle welpies wat gebore word, is vroulik. In die wildernis het leeus 'n gemiddelde leeftyd van 12 jaar. Bereken die oorlewingskoers van 'n welpie, tot die naaste persent, vir 'n intrinsieke groeikoers van 0,104 per geboortesiklus van twee jaar.

(6)
[24]

VRAAG 5

In die middel van Valsbaai is Rob-eiland, 'n gewilde toeriste-aantreklikheid. Rob-eiland is die tuiste van tienduiseende Kaapse pelsrobbe. Valsbaai is ook die tuiste van witdoodshaaie. Die Kaapse pelsrobbe vorm ongeveer 60% van die dieet van die witdoodshaaie.

Deur die Lotka-Volterra-model te gebruik het natuurbewaarders die geprojekteerde populasies van albei groepe vir die volgende 350 jaar gestip. Die grafiek hieronder verteenwoordig hul bevindings.



5.1 Verwys na die grafiek om die volgende vrae te beantwoord:

- Dui die grafiek aan dat die populasies na 'n ewewig neig of dat die populasies siklies is? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- Bepaal vir hoeveel jaar die robpopulasie na verwagting 30 000 sal oorskry. (2)
- Daar word beoog om binnekort 5 000 robbe uit te dun vanweë die feit dat hul geprojekteerde populasie in die volgende paar jaar met meer as 10 000 sal toeneem. Bespreek die langtermyn effek wat dit op die robpopulasie kan hê. (2)
- Beskou die geprojekteerde populasies oor die volgende 350 jaar. Lewer kommentaar daaroor of jy dink dat hierdie model realisties is of nie. Motiveer jou antwoord. (2)

5.2 Die twee populasies word gemodelleer deur die rekursieformule:

$$C_{n+1} = C_n + a.C_n \left(1 - \frac{C_n}{K}\right) - b.C_n.W_n$$

$$W_{n+1} = W_n + f.b.C_n.W_n - c.W_n$$

- (a) Bereken die gemiddelde leeftyd van 'n widdoodshaai as die waarde van die parameter c gegee word as 0,033 333. (2)
- (b) Verduidelik die betekenis van die term $b.C_n.W_n$. (2)
- (c) Verduidelik die betekenis van die parameter b . (2)
- (d) Bereken die waarde van die parameter b uit die gegewe data, korrek tot vier desimale plekke:

In terme van die populasies: $C_0 = 30\ 000$, $C_1 = 33\ 000$ en $W_0 = 30$

Ook vir hierdie model: $a = 0,38$ en $K = 44\ 000$

(6)
[20]

VRAAG 6

Beskou die ry gedefinieer deur die tweedeorde-rekursieformule:

$$T_n = p.T_{n-1} + q.T_{n-2}$$

As ons die verhouding $\frac{T_n}{T_{n-1}}$ van opeenvolgende terme van die ry neem, vind ons dat soos n groter word, die waarde van die verhouding na die grootste absolute oplossing van die vergelyking $x^2 - px - q = 0$ neig.

Hier is 'n voorbeeld om hierdie verwantskap te demonstreer:

Vir $T_n = -3.T_{n-1} + 2.T_{n-2}$ neig die verhouding van opeenvolgende terme $\frac{T_n}{T_{n-1}}$ na $-3,56155$.

Die kwadratiese vergelyking $x^2 + 3x - 2 = 0$ het oplossings $-3,56155$ en $0,56155$.

Let daarop dat $|-3,56155| > |0,56155|$.

Die bekende Fibonacci-getallery word beskryf deur die tweedeorde-rekursieformule $T_n = T_{n-1} + T_{n-2}$, waar $T_1 = T_2 = 1$.

6.1 Gee die kwadratiese vergelyking wat met die tweedeorde-rekursieformule vir die Fibonacci-ry ooreenstem. (2)

6.2 Bepaal vervolgens vir die Fibonacci-ry die limiet van die verhouding $\frac{T_n}{T_{n-1}}$ soos n toeneem, korrek tot vyf desimale plekke. (4)
[6]

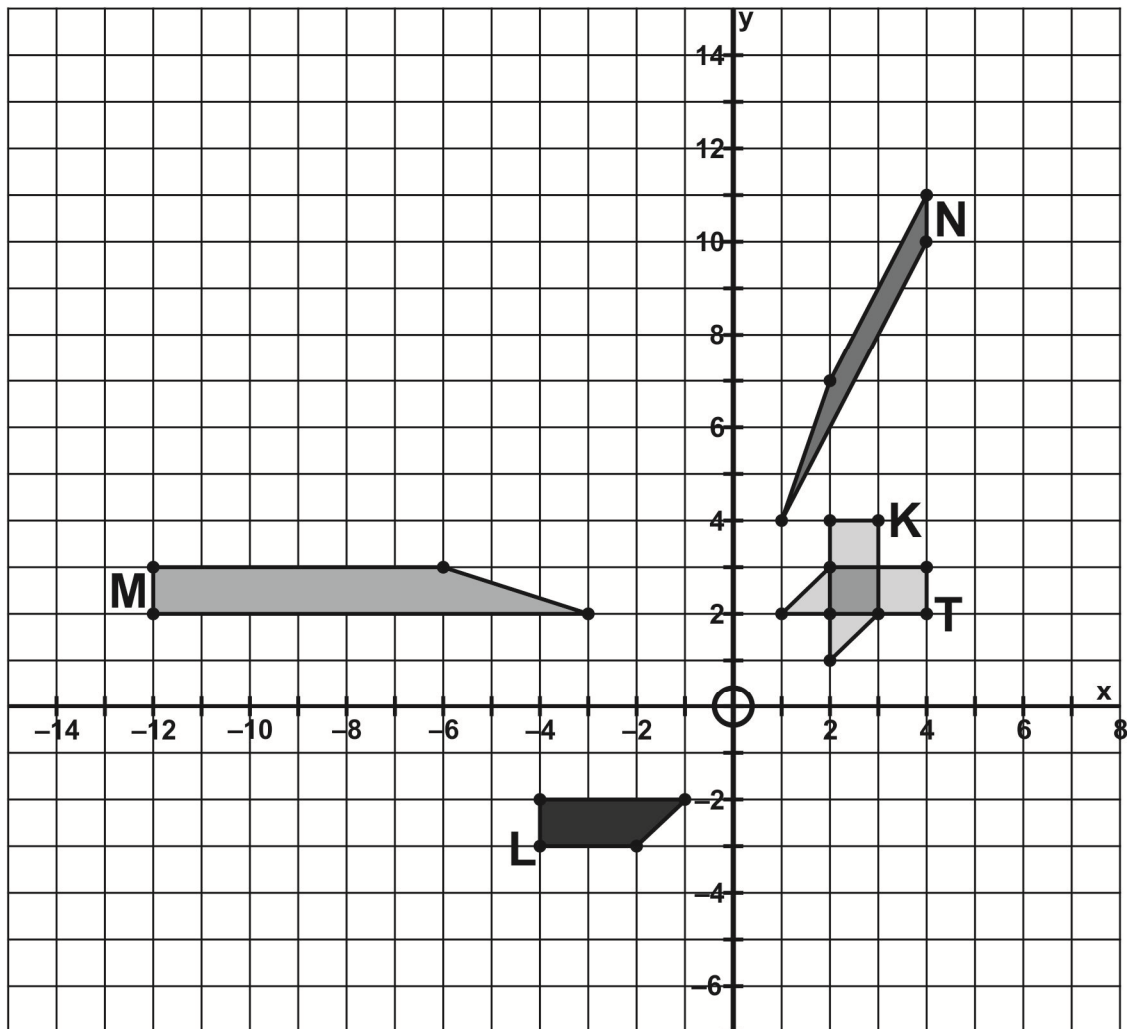
Totaal vir Module 3: 100 punte

MODULE 4 MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE

VRAAG 1

Die trapesium T het hoekpunte met koördinate (1;2), (2;3), (4;3) en (4;2).

Vorms K, L, M en N is beelde van T na verskillende transformasies. Hierdie transformasies word in die diagram hieronder geïllustreer.



1.1 Beskryf die volgende transformasies volledig in woorde:

(a) $T \rightarrow K$ (2)

(b) $T \rightarrow M$ (4)

1.2 Noem die matriks wat die volgende transformasie tot stand sal bring:

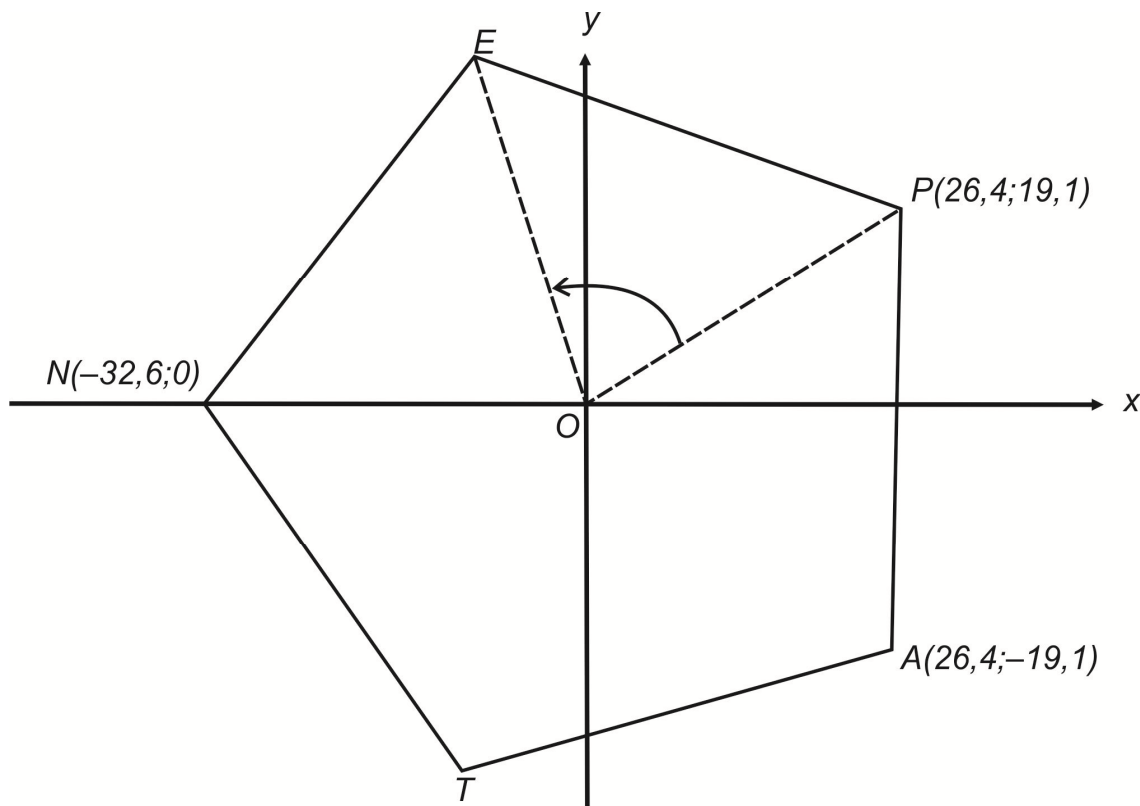
(a) $T \rightarrow L$ (2)

(b) $T \rightarrow N$ (4)

[12]

VRAAG 2

PENTA is 'n reëlmatige pentagoon gevorm deur punt $P(26,4;19,1)$ om die oorsprong te roteer. Die koördinate van twee ander hoekpunte word ook gegee: $A(26,4;-19,1)$ en $N(-32,6;0)$.



- 2.1 Verduidelik waarom $\widehat{POE} = 72^\circ$. (2)
- 2.2 Gebruik 'n matriksberekening om die koördinate van E te bepaal, korrek tot die naaste heelgetal. (6)
- 2.3 PENTA is die beeld van nog 'n reëlmatige pentagoon na 'n vergroting deur die oorsprong. As die oppervlakte van PENTA k keer die oppervlakte van die oorspronklike pentagoon is, gee die matriks wat die oorspronklike figuur op PENTA afbeeld in terme van k . (2)
- 2.4 Lynsegment PA word in 'n lyn met vergelyking $y = mx$ gereflekteer. Die beelde van hierdie onderskeie punte is dan $P'(31;-10)$ en $A'(19,2;26,3)$. Bepaal die hellingshoek van die refleksielyn, korrek tot die naaste graad. (12)

[22]

VRAAG 3

3.1 Gegee: matriks $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Bepaal die matriks Q sodat $PQ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (10)

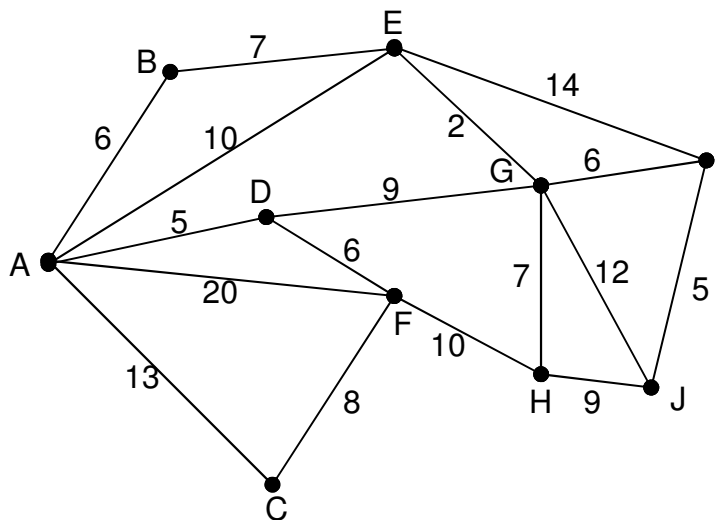
3.2 Los die volgende vergelykings gelyktydig op deur Gauss-reduksie te gebruik. Maak seker dat jy toepaslike berekeninge toon in die proses om die oplossings te verkry.

$$\begin{array}{rcl} -2x + z = 5 & x - y - 3z = -15 & x + y - 2z = 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} (10) \\ [20] \end{array}$$

VRAAG 4

Die grafiek stel 'n stroombaanpaneel voor met die kante wat elektriese weerstand toon, gemeet in mikro-ohm.

'n Elektriese stroom het sy bron by nodus A en moet nodus J bereik deur die pad met die minste weerstand. Dit hoef nie deur elke nodus te gaan nie, en ook nie noodwendig met elke kant langs nie.



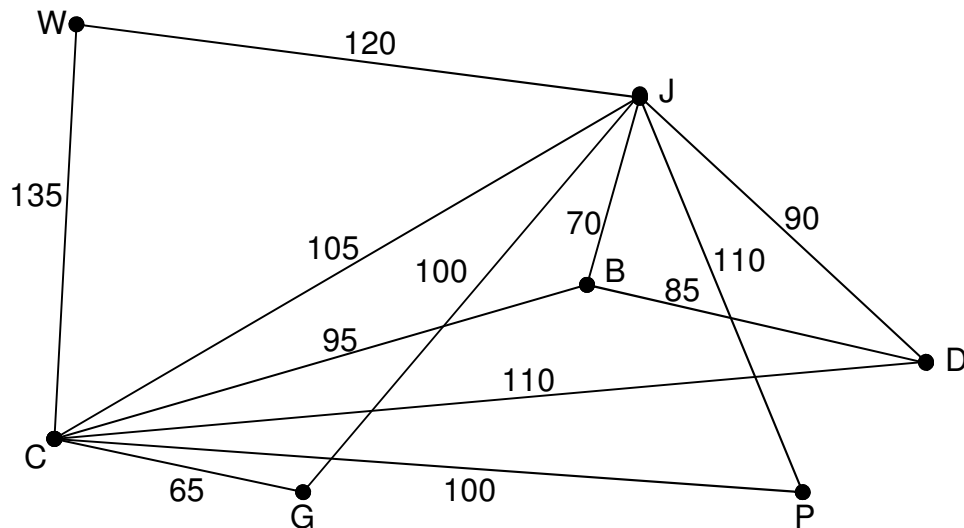
Gebruik Dijkstra se algoritme om die pad met die minste weerstand van nodus A na nodus J te bepaal. Gee die pad met die minste weerstand duidelik, sowel as die minimum weerstand met hierdie pad langs.

[10]

VRAAG 5

'n Lugredery vlieg roetes tussen groot stede in suidelike Afrika. Die grafiek verteenwoordig die stede waar vliegtuie land, met die kante wat die vliegtye tussen stede in minute voorstel.

'n Sakeman woon in George (nodus G). Hy moet elkeen van die stede wat in die diagram getoon word, een keer besoek voor hy terugkeer huis toe.

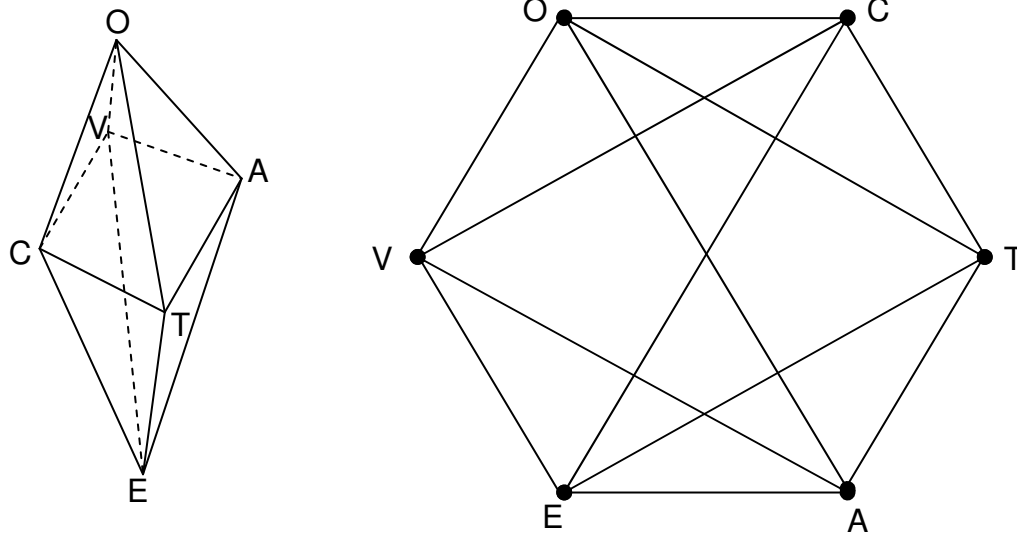


- 5.1 Bepaal 'n ondergrens vir die tyd wat hy moet reis deur by George te begin en te eindig. Begin die proses deur aanvanklik die nodus B te verwyder. (8)
- 5.2 Bepaal 'n bogrens vir sy reistyd deur die eerstebure-algoritme te gebruik en by George te begin en te eindig. (8)
- 5.3 Is die antwoord in Vraag 5.2 'n goeie beraming vir 'n bogrens? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 5.4 Bepaal deur inspeksie 'n 'goeie' roete vir hom om van George af te vlieg, elke stad te besoek en terug te keer huis toe. Gee hierdie roete, sowel as die totale vliegtyd van die roete. (8)

[26]

VRAAG 6

OCTAVE is 'n oktaëder met sy ooreenstemmende grafiek daarnaas geteken.



- 6.1 Verteenwoordig OCTAVE 'n reëlmatige grafiek? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 6.2 Is dit moontlik om 'n Euler-baan in OCTAVE te vind sonder om bykomende kante te skep? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 6.3 'n Grafiek word 'n vlakgrafiek genoem as dit in 'n tweedimensionele vlak geteken kan word sonder dat enige kant enige ander kant kruis. Teken die grafiek van OCTAVE oor om te demonstreer dat dit inderdaad 'n vlakgrafiek is. (6)
- [10]**

Totaal vir Module 4: 100 punte

Totaal: 300 punte