

GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE

Tyd: 3 uur

300 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 18 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 4 bladsye (i – iv). 'n Antwoordblad word ook voorsien vir gebruik met Vrae 2.1 (a) en 2.2 (a) van Module 1, Vraag 5.2 van Module 3 en Vraag 5.1 van Module 4. Dit moet saam met jou Antwoordboek ingelewer word. Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.

2. Hierdie vraestel bestaan uit VIER modules:

MODULE 1: CALCULUS EN ALGEBRA (200 punte) is verpligtend.

Kies **EEN** van die **DRIE** opsionele modules:

MODULE 2: STATISTIEK (100 punte) OF

MODULE 3: FINANSIES EN MODELLERING (100 punte) OF

MODULE 4: MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE (100 punte)

3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word.
 4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
 5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
 6. Indien toepaslik moet berekeninge gedoen word deur radiale te gebruik en antwoorde moet in radiale gegee word.
 7. **Afronding van finale antwoorde.** Antwoorde op finansiële vrae moet tot 2 desimale plekke gegee word. Waarskynlikhede moet tot 4 desimale plekke gegee word of as breuke in eenvoudigste vorm gelos word. Alle ander antwoorde moet tot 2 desimale plekke gegee word, tensy 'n ander vlak van akkuraatheid in die vraag gespesifiseer word.
-

MODULE 1 CALCULUS EN ALGEBRA**VRAAG 1**

Gebruik wiskundige induksie om te bewys dat $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ vir $n \in \mathbb{N}$.

[12]**VRAAG 2**

2.1 (a) Skets $f(x) = 4e^{1-x}$ en $g(x) = 7$ op die asse wat voorsien word. Toon alle afsnitte met die asse en enige ander betekenisvolle eienskappe. (8)

(b) Los **vervolgens** op vir x , korrek tot 2 desimale plekke, indien $4e^{1-x} > 7$. (6)

2.2 (a) Skets die grafiek van $f(x) = |2x + 3| + x + 5$ op die asse wat voorsien word. (8)

(b) Gegee: $g(x) = kx$. Vir watter waardes van k sal die grafieke f en g geen snyding hê nie? (4)

[26]**VRAAG 3**

3.1 Die komplekse getalle $z = 5 - 2i$ en $w = 6i - 1$ word gegee.

Bepaal in die eenvoudigste vorm: $2z - iw$. (6)

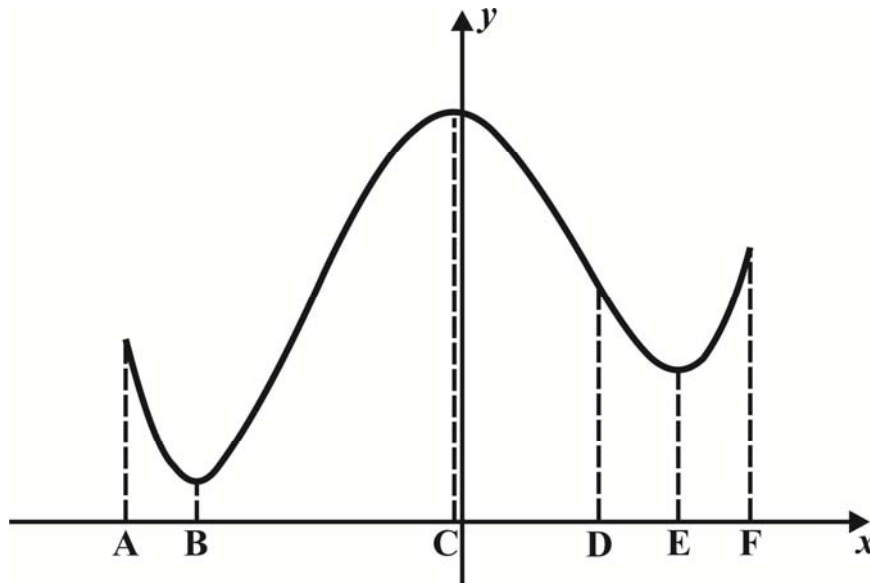
3.2 Ontbind $\frac{x-10}{2x^2+5x-3}$ in sy parsieelbreuke. (10)

3.3 Evalueer $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^n (4k-3)}{n^2} \right)$. (8)

[24]

VRAAG 4

Die grafiek f' (die afgeleide van f) word hieronder gegee.



4.1 Verskaf duidelike redes en dui aan by watter van die gemerkte waardes van x (A tot F) $f(x)$:

(a) sy grootste waarde sal hê. (4)

(b) buigpunte sal hê. (6)

4.2 Is daar voldoende inligting om te bepaal of die y -afsnit van f positief of negatief is? Gee 'n rede. (4)

4.3 Bepaal of $f(x)$ 'n draaipunt het. Motiveer jou antwoord. (4)

[18]

VRAAG 5

5.1 Bepaal die afgeleide van $\frac{\sin 2x}{(2-x)^3}$. (Jy hoef nie jou antwoord te vereenvoudig nie.) (6)

5.2 Die vergelyking $x^3 + y^3 - xy^2 = 5$ word gegee.

(a) Toon dat die punt $(1; 2)$ op die kromme lê. (2)

(b) Bepaal 'n uitdrukking vir $\frac{dy}{dx}$. (10)

(c) Bepaal vervolgens die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by die punt $(1; 2)$. (4)

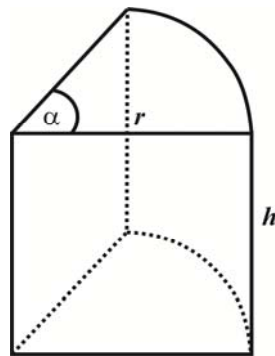
5.3 (a) Bepaal uitdrukkinge vir $\frac{dy}{dx}$; $\frac{d^2y}{dx^2}$ en $\frac{d^3y}{dx^3}$ indien $y = \frac{1}{bx+c}$. (6)

(b) Bepaal vervolgens die formule vir die n^{de} afgeleide van $y = \frac{1}{bx+c}$. (6)

[34]

VRAAG 6

'n Skool hou 'n kompetisie om verspotte houers te ontwerp. **Die houer is toe aan die bokant en moet 1 liter hou.** Wayne ontwerp die Wighouer, wat 'n sektor van 'n silinder is soos hieronder getoon, met hoogte h , radius r en sektorhoek α . Wayne besluit dat die hoogte en die radius van die houer gelyk is.



6.1 Bewys dat 'n uitdrukking vir die buiteoppervlakte van die houer $A = 2r^2(\alpha + 1)$ is. (8)

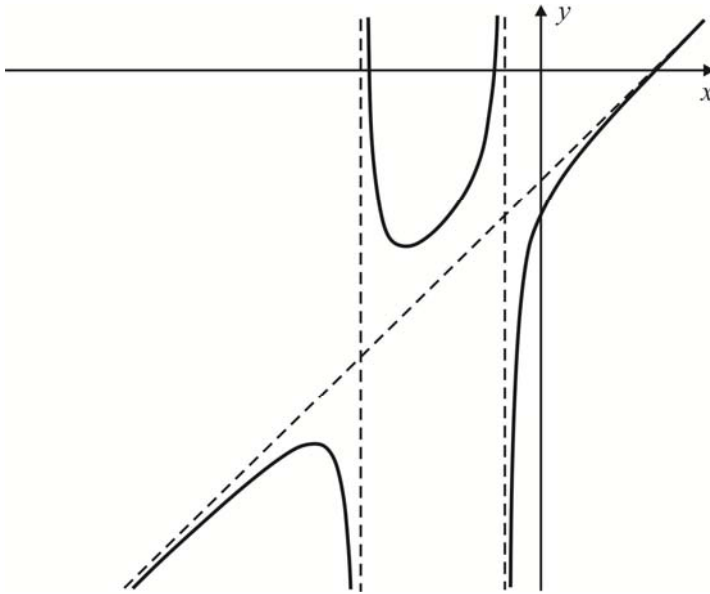
6.2 Indien die volume $1\,000\text{ cm}^3$ moet wees, bewys dat $\alpha = \frac{2000}{r^3}$. (4)

6.3 Bepaal vervolgens die waarde van r en α sodanig dat die buiteoppervlakte 'n minimum sal wees vir die gegewe volume verlang. (8)

[20]

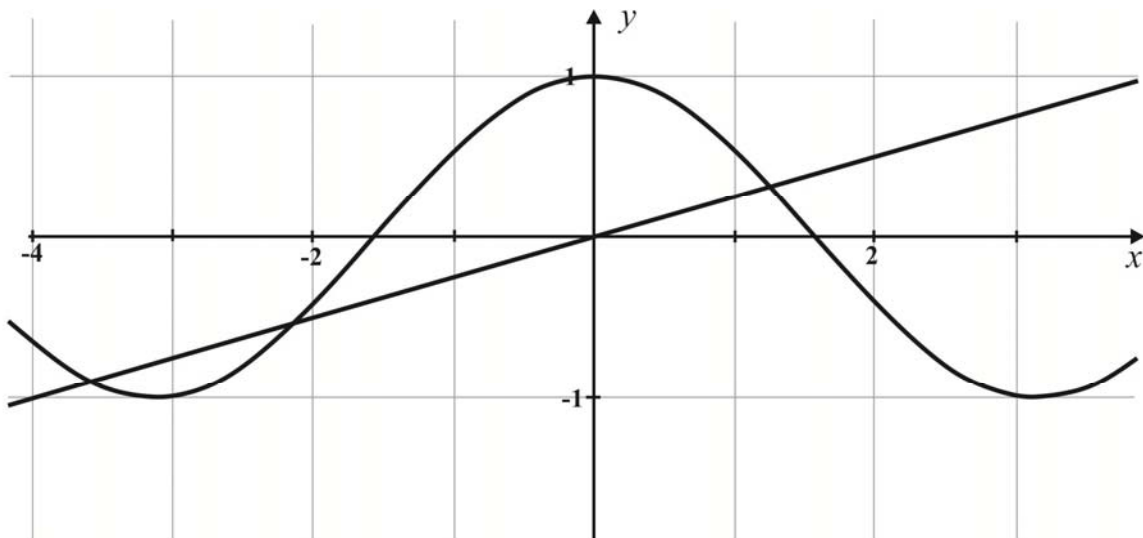
VRAAG 7

7.1 Hieronder is die grafiek van die funksie $f(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 - 25x - 39}{x^2 + 6x + 5}$.



- (a) Bepaal die vergelykings van die vertikale asimptote. (4)
- (b) Bepaal die vergelyking van die skuins asimptoot. (8)
- (c) Beskou die definisieversameling $x < 0$ en gebruik die grafiek om die interval(le) te bepaal waar $f''(x) > 0$. (Moenie probeer om $f''(x)$ algebraïes te bepaal nie.) (4)

7.2 Hieronder is 'n grafiek wat $f(x) = 0,25x$ en $g(x) = \cos x$ toon.



- (a) Daar is drie oplossings vir die vergelyking $0,25x = \cos x$ op die interval $x \in (-4; 2)$.

Gebruik Newton se metode om die oplossing naaste aan $x = -2$ te bepaal en gee jou antwoord korrek tot 4 desimale plekke.

(8)

- (b) Verduidelik waarom Newton se metode nie sal werk om 'n wortel te bepaal indien die aanvanklike beraming vir x die volgende is nie: $x = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{4}\right)$.

(2)

[26]

VRAAG 8

Bepaal die volgende integrale:

8.1 $\int \cos^2 3x \, dx.$ (8)

8.2 $\int \cos 2\theta \sin 5\theta \, d\theta.$ (6)

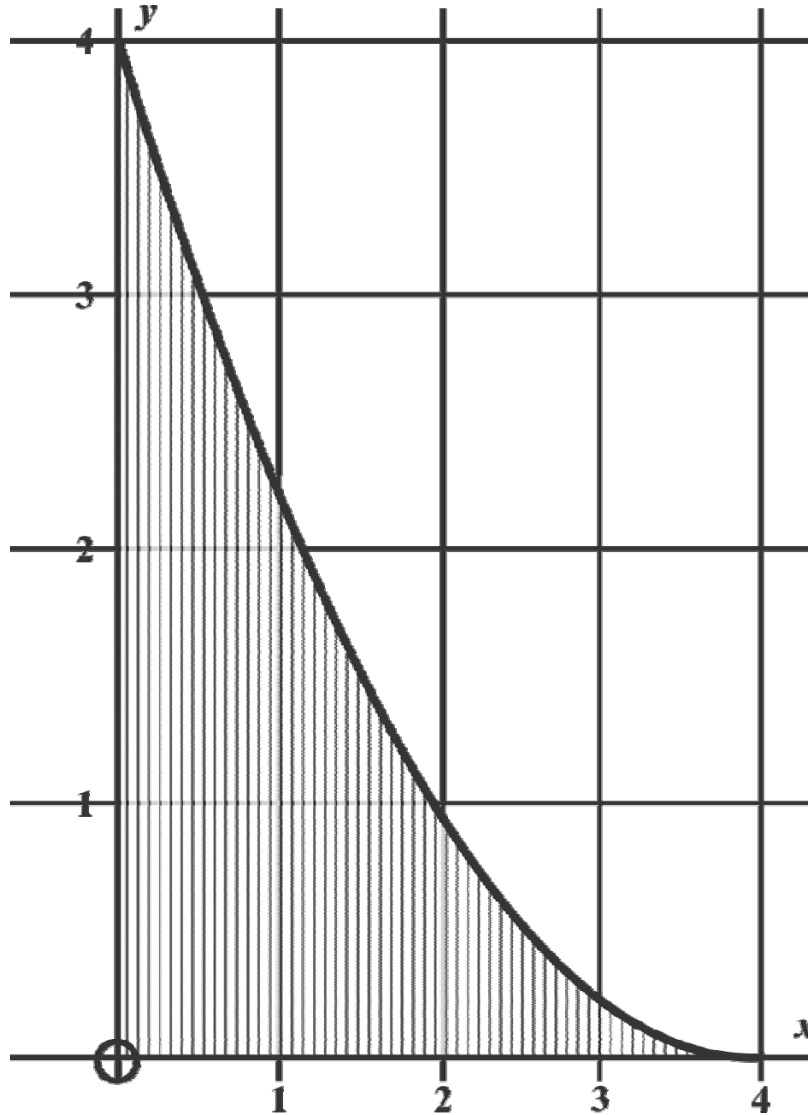
8.3 $\int \frac{5x}{\sqrt{2-x}} \, dx.$ (8)

[22]

VRAAG 9

Die gearseerde oppervlakte hieronder is die oppervlakte begrens deur die funksie

$$f(x) = \frac{(x-4)^2}{4} \text{ en die } x\text{-as en } y\text{-as.}$$



- 9.1 Bepaal die omwentelingsvolume indien die oppervlakte om die x -as geroteer word. (8)
- 9.2 Sal die omwentelingsvolume dieselfde wees indien die oppervlakte hierbo om die x -as of die y -as geroteer word? Gee 'n rede om jou antwoord te ondersteun. (4)
- 9.3 Bereken die waarde van a , met $a > 0$, sodanig dat die omwentelingsvolume van $f(x)$ om die x -as tussen $x = 0$ en $x = a$ gelyk is aan 10π eenhede³. (6)

[18]

Totaal vir Module 1: 200 punte

MODULE 2 STATISTIEK**VRAAG 1**

- 1.1 Dr. Johnson se navorsing dui aan dat die vermindering van 'n persoon se suurstofverbruik tydens slaap 'n normaalverdeling het met 'n gemiddelde van 38,4 ml/min en 'n standaardafwyking van 4,6 ml/min.
- (a) Bepaal die waarskynlikheid dat 'n persoon se suurstofverbruik tydens slaap met enigiets van 30 tot 40 ml/min verminder sal word. (8)
- (b) Indien 90% van die mense hul suurstofverbruik met meer as k ml/min verminder, bepaal k . (8)
- 1.2 Die proporsie mense wat vir meer as 7 uur per week na 'mediese dramas' op televisie kyk, is vermoedelik 0,32 van die totale bevolking.
- (a) Watter grootte steekproef moet gekies word om die proporsie tot binne 10% te beraam met 'n 98%-vertrouensinterval? (6)
- (b) Bepaal vervolgens hierdie 98%-vertrouensinterval. (4)
- [26]**

VRAAG 2

- 2.1 Die volgende bewerings word in terme van nul- en alternatiewe hipoteses geskryf. Dui in elke geval aan of die gestelde hipotese in die korrekte skriftelike notasie is, waar μ die populasiegemiddelde, σ^2 die populasievariansie en $\bar{x}$ die steekproef-gemiddelde is. (Antwoord: Waar indien aanvaarbaar, Onwaar indien onaanvaarbaar)
- (a) $H_0 : \bar{x} = 10$ $H_1 : \bar{x} > 10$
- (b) $H_0 : \mu = 71$ $H_1 : \mu \neq 71$
- (c) $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : \mu \neq 40$
- (d) $H_0 : \sigma^2 = 1$ $H_1 : \sigma^2 < 1$
- (e) $H_0 : \mu_x = \mu_y$ $H_1 : \mu_x > \mu_y$
- (f) $H_0 = 100$ $H_1 \neq 100$ (6)
- 2.2 Die bestuurder, George, van Hayden Roomys beweer dat die gemiddelde vetinhoud van sy produk minder as 8% is. Om sy bewering te verifieer word 'n ewekansige steekproef van 30 bokse roomys gekies. Dit toon 'n gemiddelde vetinhoud van 7,92% en 'n standaardafwyking van 0,2%. Toets George se teorie by 'n 4%-betekenispeil. (10)
- [16]**

VRAAG 3

3.1 Beskryf die verwantskap tussen die gebeurtenisse A en B, soos aangedui deur elkeen van die volgende stellings:

(a) $P(A|B) = P(A)$ (2)

(b) $P(A|B) = 0$ (2)

3.2 Teken 'n Venn-diagram wat $P(A|B) = 1$ uitbeeld. (4)

3.3 (a) Beskou die woord TRAPESIUM. Indien vier letters ewekansig gekies word, bepaal die waarskynlikheid dat al vier die gekose letters konsonante is. (8)

(b) Vier letters moet uit die letters in die woord RIGIDITY gekies word. Hoeveel verskillende opsies is daar? (8)

3.4 Dit is bekend dat 40% van die studente wat vir 'n Baccalaureus Artium-graad studeer, manlik is. Indien ses studente ewekansig gekies word uit dié wat vir 'n Baccalaureus Artium-graad studeer, bereken die waarskynlikheid dat meer as vier van die studente **vroulik** is. (8)

[32]

VRAAG 4

4.1 Beskou die funksie wat gedefinieer word deur:

$$P(X = x) = \frac{1}{24}(x+6) \text{ vir } x \in \{1; 2; 3\}$$

(a) Toon dat $P(X = x)$ 'n waarskynlikheidsmassafunksie is. (4)

(b) Bereken die gemiddelde waarde van X. (5)

4.2 In 'n meerkeusevraag word vyf moontlike antwoorde gegee. Slegs een van die opsies is korrek. Die waarskynlikheid dat 'n student die korrekte antwoord sal ken, is 0,65. Neem aan dat indien 'n student nie die antwoord ken nie, hy ewekansig sal raai.

(a) Wat is die totale waarskynlikheid dat die korrekte opsie gekies sal word? (4)

(b) Indien Sarah die korrekte antwoord gekies het, wat is die waarskynlikheid dat sy geraai het? (4)

[17]

VRAAG 5

'n Statistikus, Andrea, ontdek die volgende deel van 'n ou navorsingsverslag met van die inligting wat ontbreek.

gee gemiddelde waardes $\bar{x} = 21$ en $\bar{y} =$

Die regressielyn van y op x kan geskryf word as $y = -7x + 163$

Met x as die onafhanklike veranderlike kan ons bereken dat wanneer x bekend is en ons weet dit is 5, sal 'n beraming vir die waarde van y

- 5.1 (a) Bereken $\bar{y}$. (2)
- (b) Bereken die beraamde y -waarde. (2)
- 5.2 Deur 'n formule te gebruik wat sy ken, werk Andrea uit dat die korrelasiekoëffisiënt $49r^2 - 1 = 0$ bevredig. Bereken vervolgens die korrelasiekoëffisiënt en interpreteer jou bevindings korrek tot 3 desimale plekke. (3)
- 5.3 Lewer kommentaar op die betroubaarheid van die beraming wat in Vraag 5.1 hierbo bereken is. (2)

[9]**Totaal vir Module 2: 100 punte**

MODULE 3 FINANSIES EN MODELLERING**VRAAG 1**

- 1.1 'n Lening van R150 000 word in kwartaallikse paaieimente van R11 300 aan die einde van elke kwartaal terugbetaal. Rente word gehef teen 9% per jaar, kwartaalliks saamgestel. Skryf 'n rekursieformule vir die uitstaande saldo na elke betaling neer. (5)
- 1.2 Kantoortoerusting depresseer volgens 'n verminderende saldo tot die helfte van die waarde oor 'n tydperk van vier jaar. Bereken hoeveel volle jare dit sal neem voor die toerusting minder as een tiende van die huidige waarde daarvan werd is. (9)

[14]**VRAAG 2**

Chi-Wun betaal 'n verband oor 20 jaar in gelyke maandelikse paaieimente van R8 932,75 aan die einde van elke maand terug. Die aanvanklike jaarlikse rentekoers is 6,48%, maandeliks saamgestel.

- 2.1 Bereken haar uitstaande saldo net na haar 189^{ste} betaling. (6)
- 2.2 Neem aan dat die uitstaande saldo net na haar 189^{ste} betaling R400 000 is nadat klein bankheffings bygetel is. Op hierdie tydstip verander Chi-Wun se bank die rentekoers na 6,74% per jaar, maandeliks saamgestel. Verder kan sy nie die 190^{ste}, 191^{ste} en 192^{ste} betaling doen nie. Bereken wat haar nuwe maandelikse betalings moet wees sodat sy steeds haar lening in die oorblywende tyd sal kan terugbetaal. (8)
- 2.3 Veronderstel dat die aanvanklike waarde van haar verband R1 200 000 was. Bereken hoeveel rente sy die bank sou betaal het teen die tyd dat haar verband geamortiseer is. (6)

[20]**VRAAG 3**

Buhle verkry 'n huislening vir R850 000. Vanweë die aard van sy werk sal die bank hom toelaat om die lening in gelyke **kwartaallikse** paaieimente oor 'n tydperk van 15 jaar af te betaal. Rente sal gehef word teen 5,8% per jaar, kwartaalliks saamgestel.

Buhle besef egter dat hy 'n aansienlike bedrag geld kan spaar deur 'n **maandelikse** paaieiment van R7 300 te betaal (wat ongeveer 'n derde van die kwartaallikse paaieiment is) en dat hy ook die lening in minder tyd sal afbetaal.

- 3.1 Bereken as 'n persentasie korrek tot vier desimale plekke die ekwivalente jaarlikse rentekoers, maandeliks saamgestel. (8)
- 3.2 Bereken hoeveel maande Buhle sy verband vroeër sal amortiseer indien hy op maandelikse betalings besluit. (10)

[18]

VRAAG 4

'n Boer laat toeriste toe om as 'n ontspanningsaktiwiteit vis te vang in 'n groot reservoir op sy grond. Die visse het 'n geboortesifer van 0,6% per jaar en 'n sterftesifer van $x\%$ per jaar. Benewens hierdie koerse word ongeveer 2 500 visse elke jaar vanweë visvangs uit die reservoir verwyder en die boer vul die reservoir met y visse per jaar aan.

'n Malthusiaanse model beskryf die vispopulasie van die reservoir:

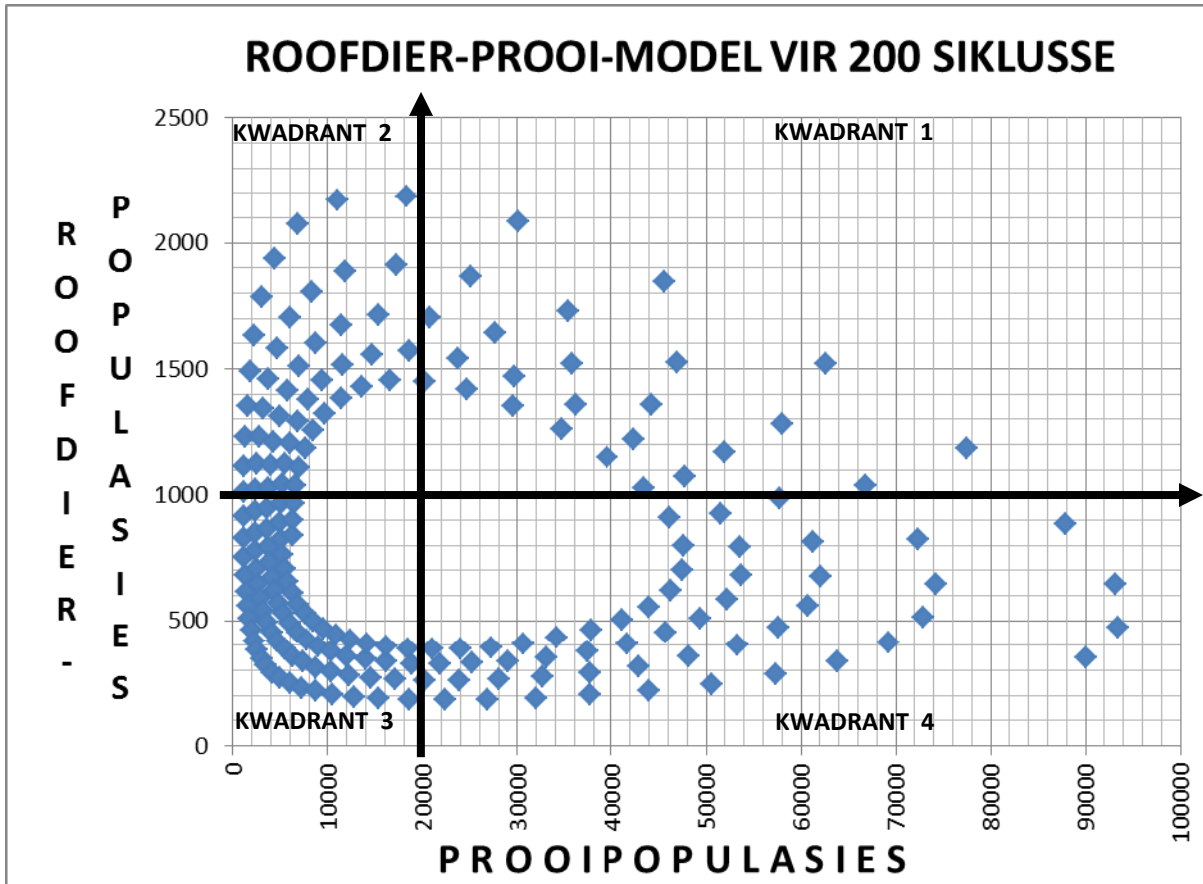
$$F_{n+1} = 0,95.F_n + 500, \quad F_0 = 5\,000$$

- 4.1 Bereken die jaarlikse sterftesifer en die getal waarmee die reservoir elke jaar aangevul word. (6)
- 4.2 Bepaal die vispopulasie aan die einde van 20 jaar en bespreek die algemene tendens in die populasie oor hierdie jare. (5)
- 4.3 Vir 'n eersteorde-rekursieformule van die vorm $F_{n+1} = k.F_n + c$ kan die waarde van 'n algemene term bepaal word met die formule $F_n = k^n.F_0 + \frac{c[k^n - 1]}{k - 1}$.
Gebruik hierdie formule om die populasie na 100 jaar te bereken. (5)

[16]

VRAAG 5

'n Fasestipping van 'n roofdier-prooi-model, in vier kwadrante verdeel, word hieronder gegee.



5.1 Beantwoord die volgende vrae deur die fasestipping te ontleed:

- (a) Lees die verwagte ewewigspunt van elke spesie af. (2)
- (b) Gee die variasiewydte (as 'n interval) van die prooipopulasie. (2)
- (c) Dui aan in watter kwadrant die prooipopulasie toeneem terwyl die roofdierpopulasie afneem. (2)
- (d) Verwys na die Lotka-Volterra-formules op die Formuleblad. Verduidelik die betekenis van die parameter b . (2)
- (e) Die parameter b word verdubbel. Watter moontlike impak kan dit op die prooipopulasie hê? Verduidelik jou antwoord volledig. (4)

5.2 Gebruik die fasestipping en stip die populasie van slegs die prooi vir die eerste 15 siklusse. Gebruik die **ANTWOORDBLAD** wat voorsien word. (8)

[20]

VRAAG 6

Politieke analiste is vinnig om stembestanders te bestudeer om te voorspel hoe politieke partye in 'n verkiesing sal vaar. Analiste het die volgende verslag vir twee partye, P en Q, opgestel.

Van verkiesing tot verkiesing lyk dit asof P 80% van sy kiesers behou. Hulle wen ook 6% van Q se vorige kiesers, benewens 600 000 kiesers wat vir die eerste keer stem.

Van verkiesing tot verkiesing lyk dit asof Q 90% van sy kiesers behou en ook 12% van P se vorige kiesers wen. Hulle trek slegs 400 000 kiesers wat vir die eerste keer stem.

P se stempatroon kan gemodelleer word met die formule $P_{n+1} = 0,8P_n + 0,06Q_n + 600\,000$.

6.1 Ontwikkel 'n soortgelyke model vir die stempatroon van Q. (4)

6.2 Oor die jare neig die stempatrone van die twee partye na 'n ewewig. Bereken die getal stemme wat elke party by die ewewigspunt sal ontvang. (8)
[12]

Totaal vir Module 3: 100 punte

MODULE 4 MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE**VRAAG 1**

1.1 Beskou die matrikse $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & b \end{pmatrix}$.

(a) Gee die waarde van a sodat matriks A geen inverse het nie. (4)

(b) Gee die inverse van matriks B waar $b = 4$. Die elemente van die matriks moet heelgetalwaardes wees. (4)

(c) Bereken die waardes van a en b indien $A - 2B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 3 & 4a \end{pmatrix}$. (6)

1.2 Drie matrikse M , N en I word gegee.
 M het dimensies $p \times q$; N het dimensies $q \times r$ en I is 'n identiteitsmatriks.
 Beantwoord die volgende vrae in terme van p , q en/of r .

(a) Gee die dimensies van die matriks M^T , die getransponeerde van M . (2)

(b) Gee die dimensies van die matriksproduk MN . (2)

(c) Gee die dimensies van I indien die produk NI bereken kan word. (2)

[20]**VRAAG 2**

2.1 Skryf 'n enkelmatriks vir elkeen van die volgende transformasies van 'n figuur in die Cartesiese vlak neer:

(a) 'n refleksie in die lyn $y = -x$. (2)

(b) die figuur word eerstens dwarsgedruk deur 'n faktor van 3, met die y -as as invariante lyn, gevolg deur 'n refleksie in die lyn $y = -x$. (6)

2.2 Punt $T(-1; 2)$ word herhaaldelik in 'n antiklokgewyse rigting om die oorsprong geroteer om die hoekpunte van 'n reëlmatige oktagoon in die Cartesiese vlak te skep. Bereken die koördinate (korrek tot drie desimale plekke) van die eerste hoekpunt wat T sal skep. (6)

2.3 Die transformasiematriks $\begin{pmatrix} -0,8 & -0,6 \\ -0,6 & 0,8 \end{pmatrix}$ verteenwoordig 'n refleksie in 'n lyn deur die oorsprong. Bereken die vergelyking van die refleksielyn. (10)

[24]

VRAAG 3

Beskou die matrikse $P \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ en $Q \begin{pmatrix} 4 & 0 & a \\ -3 & b & 14 \\ -1 & 4 & c \end{pmatrix}$.

- 3.1 Skryf die determinant van P neer. (2)
- 3.2 Skryf die getransponeerde van P neer. (2)
- 3.3 Bereken die waardes van a , b en c indien Q die matriks van minors van P is. (6)
- [10]**

VRAAG 4

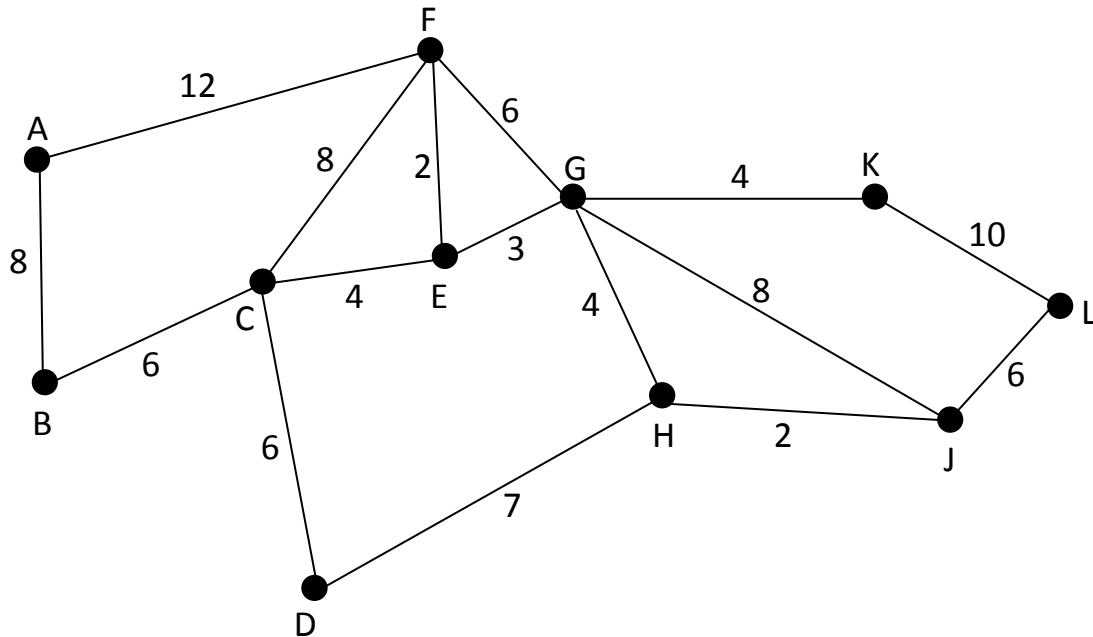
Beskou die vier situasies wat hieronder beskryf word en kies dan die algoritme wat die beste by die gegewe situasie pas. 'n Algoritme kan meer as een keer gekies word, of glad nie.

Algoritmes: Fleury, Naaste Buurpunt, Prim, Dijkstra.

- 4.1 Tebogo gebruik haar GPS om die kortste roete (in terme van tyd) van die een kant van Johannesburg na die ander in spitsverkeer te bepaal. Sy moet van haar werk af by haar huis kom. (2)
- 4.2 Chloe is 'n tegnikus en moet die rekenaarterminale in 'n netwerk verbind deur die kortste moontlike lengte kabel te gebruik om koste te minimaliseer. Elke terminaal hoef nie direk met elke ander terminaal verbind te wees nie. (2)
- 4.3 Pranav moet gereeld elke waterpyp in sy munisipale gebied vir lekplekke inspekteer. Hy het nou al die kortste roete uitgewerk wat nodig is om na elke pyp te kyk. (2)
- 4.4 Matthew is 'n sakeman en hy moet verskeie aangewese dorpe besoek voordat hy terugkeer huis toe. Hy wil die afstand wat hy tussen die dorpe moet reis, minimaliseer. (2)
- [8]**

VRAAG 5

Bestudeer die volgende grafiek en beantwoord dan die vrae wat volg.



- 5.1 Op die **ANTWOORDBLAD** is 'n onvolledige nodusmatriks van die grafiek geteken. Ses skakels ontbreek nog steeds. Vul die gewig van hierdie skakels op die **ANTWOORDBLAD** in. (6)
- 5.2 Gebruik Dijkstra se Algoritme en bepaal die kortste roete om te reis wat by nodus A begin en by nodus L eindig. Dui die proses (byvoorbeeld in-uit-boks of tabel of boomdiagram) waarvolgens jy die skakels gekies het, duidelik aan. Gee die roete wat jy gekies het, sowel as die lengte van hierdie roete. (12)
- 5.3 Dui aan watter twee skakels uit die oorspronklike grafiek **verwyder** moet word sodat die skakels wat oorbly 'n Euler-kring vorm. (4)
- 5.4 **Dirac se stelling** lui: 'n Hamilton-kring kan gevind word in 'n grafiek bestaande uit meer as drie nodusse indien elke nodus in die grafiek direk verbind word met minstens die helfte van die oorblywende nodusse.
- (a) Toon dat die gegewe grafiek NIE Dirac se stelling bevredig nie. (2)
- (b) Ten spyte van die feit dat Dirac se stelling nie in hierdie grafiek bevredig word nie, kan 'n Hamilton-kring inderdaad gevind word. Verduidelik die oënsynlike teenstrydigheid in hierdie situasie. (2)
- [26]**

VRAAG 6

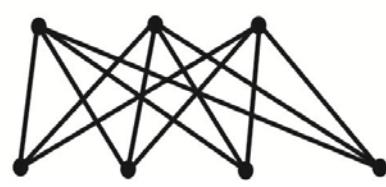
Drie voorbeelde van **tweeledige** grafieke word hieronder geskets. Hierdie grafieke is almal van die vorm $K_{m,n}$ waar m en n die getal nodusse in elke deelversameling van die grafiek is.



$K_{1,2}$ met 3 nodusse
en 2 skakels



$K_{3,2}$ met 5 nodusse
en 6 skakels



$K_{3,4}$ met 7 nodusse
en 12 skakels

6.1 Gee in terme van m en n die getal:

(a) nodusse in $K_{m,n}$. (2)

(b) skakels in $K_{m,n}$. (2)

6.2 $K_{m,n}$ het 10 skakels. Hoeveel nodusse kan daar potensieel wees? (4)

6.3 Skets die tweeledige grafiek $K_{4,2}$. Toon duidelik die groepering van nodusse en die manier waarop die skakels verbind word. (4)
[12]

Totaal vir Module 4: 100 punte

Totaal: 300 punte