

**GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE
KEUSEMODULE: MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE**

Tyd: 1 uur

100 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye, 'n Antwoordblad van 2 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 3 bladsye (i – iii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
 2. Maak die Antwoordblad in die middel van die vraestel los en handig dit saam met jou Antwoordboek in.
 3. Nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders aangedui.
 4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
 5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
 6. Rond jou antwoorde af tot twee desimale syfers, tensy anders aangedui.
-

MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE

VRAAG 1

Beskou die matriksvergelyking $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = M$.

- 1.1 Gee die dimensie van die matrikse aan die linkerkant van die vergelyking. (2)
 - 1.2 Bereken die elemente van matriks M. (4)
 - 1.3 Hierdie vergelyking verteenwoordig 'n transformasie van 'n figuur in 'n Cartesiese vlak. Beskryf hierdie transformasie in woorde. (4)
- [10]**

VRAAG 2

Padma moet 'n stel gelyktydige vergelykings oplos deur Gauss- (ry-) reduksie te gebruik.

Die vergelykings wat gegee word, is:

$$2x - 5y + z = -12, \quad 4x + y + 3z = 13, \quad 6x + 2y - z = -1$$

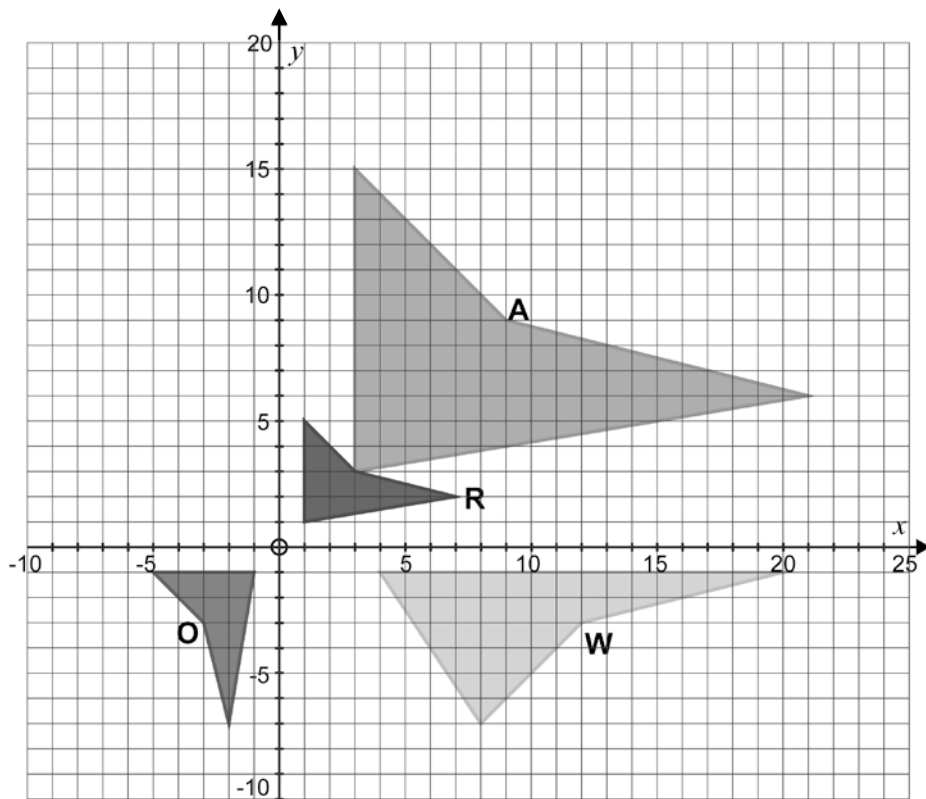
STAP 1:	2	-5	1	A	ry 1
	4	1	3	B	ry 2
	6	2	-1	C	ry 3
STAP 2:	2	-5	1	-12	ry 1
	0	11	1	37	ry 2 - (2 × ry 1)
	0	17	-4	35	
STAP 3:	2	-5	1	-12	
	0	11	1	37	
	0	D	0	E	

- 2.1 In Stap 1 skryf Padma 'n aangevulde matriks neer. Gee die waardes vir A, B en C. (2)
- 2.2 In Stap 2 reduceer Padma die tweede ry soos aangedui. Verduidelik hoe sy die derde ry in Stap 2 gereduseer het. (2)
- 2.3 In Stap 3 voltooi Padma die reduksie vir die derde ry. Gee die korrekte waardes vir D en E. (3)
- 2.4 Bepaal vervolgens, of andersins, die stel gelyktydige oplossings vir die vergelykings. (3)

[10]

VRAAG 3

3.1 Hieronder is vier figure, almal transformasies van mekaar, geskets.



Skrif 'n enkele transformasiematriks vir elkeen van die volgende neer:

- (a) R word afgebeeld op O (2)
- (b) A word afgebeeld op R (2)
- (c) O word afgebeeld op W (4)
- (d) A word afgebeeld op W (6)

3.2 'n Figuur in 'n Cartesiese vlak word gereflekteer oor 'n lyn deur die oorsprong deur die transformasiematriks $\begin{pmatrix} 0,342 & -0,94 \\ -0,94 & -0,342 \end{pmatrix}$ te gebruik. Bereken die hellingshoek van die refleksielyn. (8)

3.3 Die punt (2; 3) word afgebeeld op die punt (2; 11) deur die matriks $\begin{pmatrix} p & q - 4 \\ q & p \end{pmatrix}$.

- (a) Bereken die waardes van p en q . (8)
- (b) Beskryf vervolgens die tipe transformasie in woorde. (4)

[34]

VRAAG 4

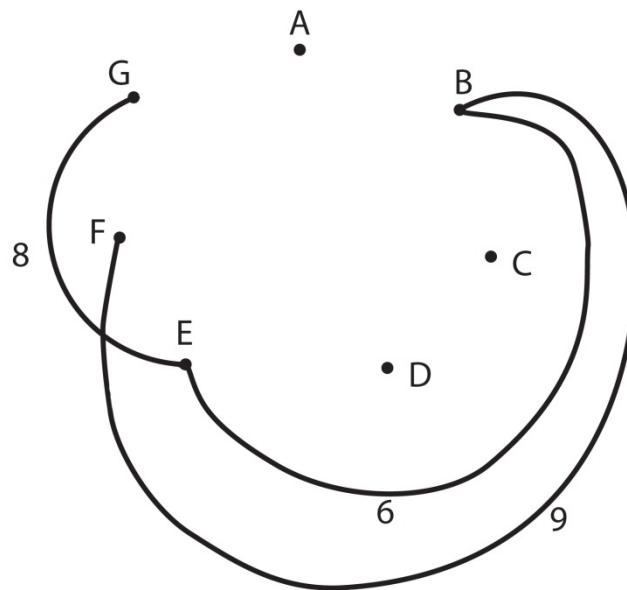
Beantwoord ALBEI dele van hierdie vraag op die Antwoordblad.

'n Eenvoudige, samehangende grafiek word gegee in die vorm van die nodusmatriks hieronder.

	A	B	C	D	E	F	G
A							
B	10						
C							
D	7	10	4				
E		6					
F	7	9	8	5	9		
G	8				8	5	

- 4.1 Voltooi die grafiek wat verteenwoordig word deur die nodusmatriks hierbo. Dui die gewig van elke skakel in die grafiek duidelik aan. Drie van die skakels is reeds geteken.

(8)



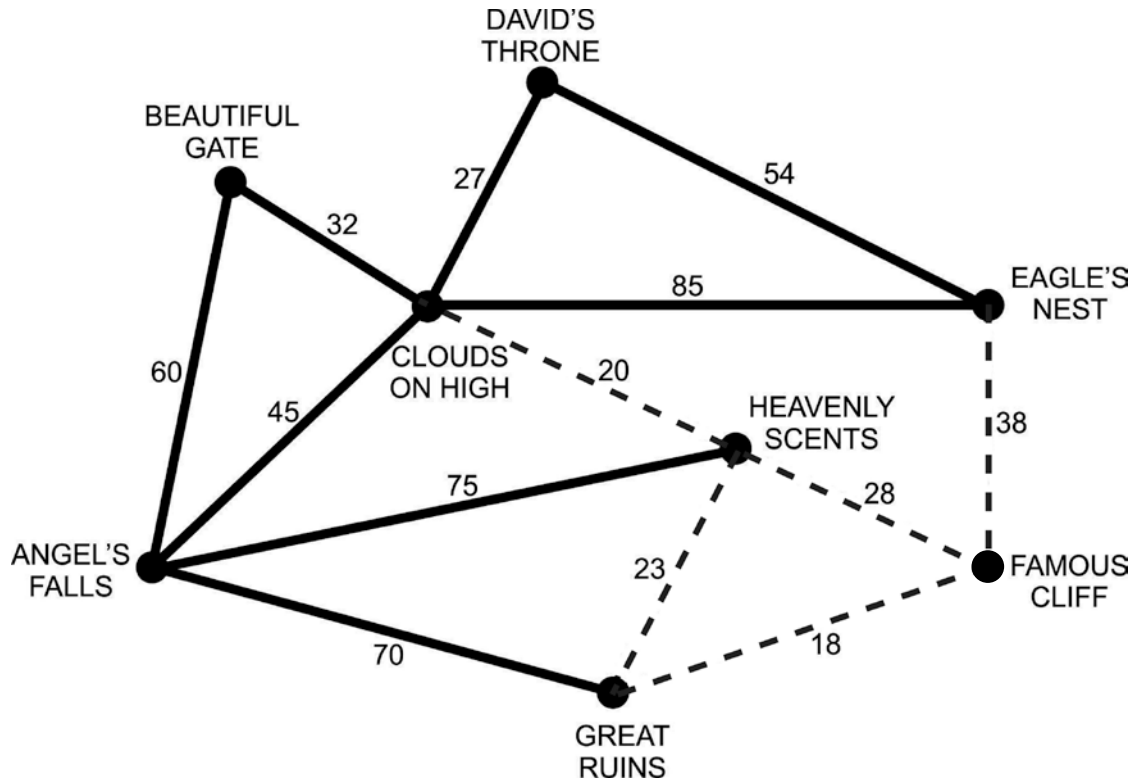
- 4.2 Gebruik Kruskal se algoritme om 'n spanboom van minimum lengte te skep. Dui die volgorde aan waarin skakels gekies word en gee die lengte van die spanboom.

(8)

[16]

VRAAG 5

Dylan bevorder ekotoerisme in die landelike gemeenskappe van Limpopo. Die meegaande grafiek verteenwoordig roetes tussen verskillende besienswaardighede, waar die gewig van die skakels afstande gemeet in kilometer is. Die skakels in vetdruk is teerpaaië, terwyl die stippelskakels gruispaaië is.



- 5.1 Dylan wil die gebied verken en moet dus 'n kring ry deur al die paaie te gebruik. Watter paaie moet hy twee keer gebruik om sy ryafstand te minimiseer? (4)

- 5.2 Op 'n bepaalde dag besluit Dylan om die pad tussen "Clouds on High" en "Eagle's Nest" uit te laat. Hy ry steeds 'n kring deur al die ander paaie te gebruik.

Ontwerp 'n moontlike kring wat hy kan ry deur by "Angel's Falls" te begin wat sy ryafstand tot 'n minimum sal beperk. Gee die kring en toon duidelik aan watter paaie verdubbel moet word, gee ook die lengte van hierdie kring aan. (8)

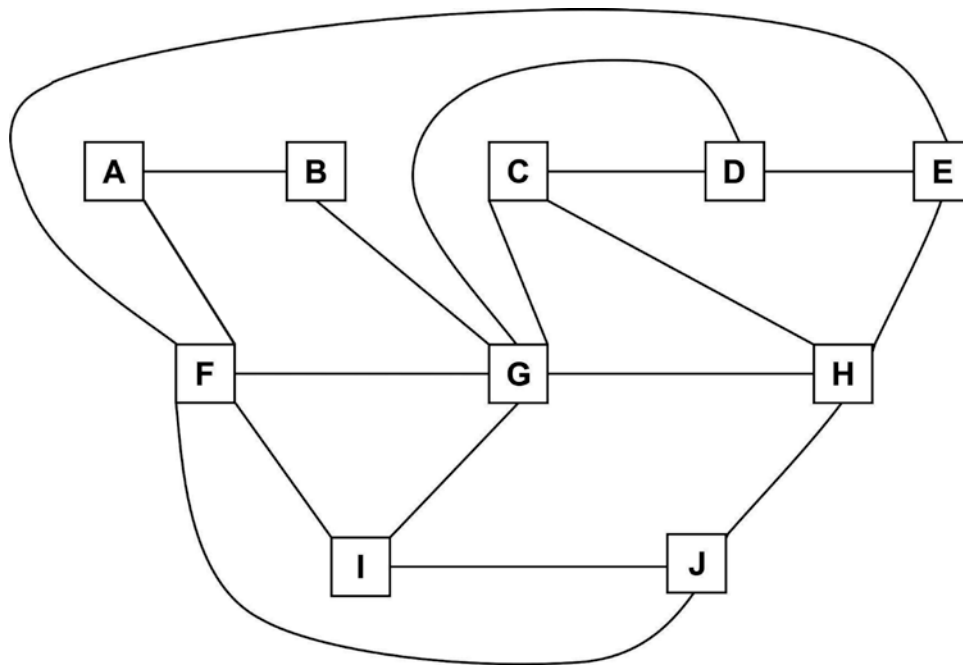
- 5.3 Op 'n ander dag moet Dylan van "Famous Cliff" af by "Angel's Falls" kom. Hy moet deur minstens "Great Ruins" en "Heavenly Scents" ry. Om op 'n gruispad te ry kos hom 1,3 keer wat dit kos om op 'n teerpad te ry. Bepaal deur inspeksie die goedkoopste roete wat hy kan ry. Toon berekeninge om jou antwoord te staaf. (6)

[18]

VRAAG 6

Beantwoord al VIER dele van hierdie vraag op die Antwoordblad.

Die grafiek hieronder toon die interaksie tussen tien chemikalieë, gemerk A tot J, elkeen in sy eie bottel geberg. Skakels wat die nodusse A tot J direk verbind, dui die chemikalieë aan wat met mekaar reageer. As die laboratoriumassistent moet jy die tien bottels in so min houers moontlik berg. Geeneen van die chemikalieë in elke houer mag met mekaar reageer nie.



Volg die stappe van Welsh en Powell se algoritme wat hieronder gegee word om 'n beraming te maak van die minimum getal houers wat nodig is om die chemikalieë te berg.

- 6.1 STAP 1:
- Merk die nodus met die hoogste graad met 'n sirkel. (1)
 - Merk nou daardie nodusse wat nie direk met hierdie beginnodus, of met mekaar, verbind is nie ook met 'n sirkel. (3)
- 6.2 STAP 2:
- Merk die nodus met die hoogste graad wat nog nie in STAP 1 gemerk is nie met 'n vierkant. (1)
 - Beskou alle nodusse wat nog nie met 'n sirkel gemerk is nie: merk **soveel moontlik** wat nie met hierdie tweede beginnodus, of met mekaar, verbind is nie met 'n vierkant. (3)
- 6.3 STAP 3: Gaan voort met hierdie proses totdat alle nodusse gemerk is. Gebruik 'n driehoek vir hierdie stap. (2)
- 6.4 Wat is die minimum getal houers wat benodig word? (2)
- [12]**

Totaal: 100 punte